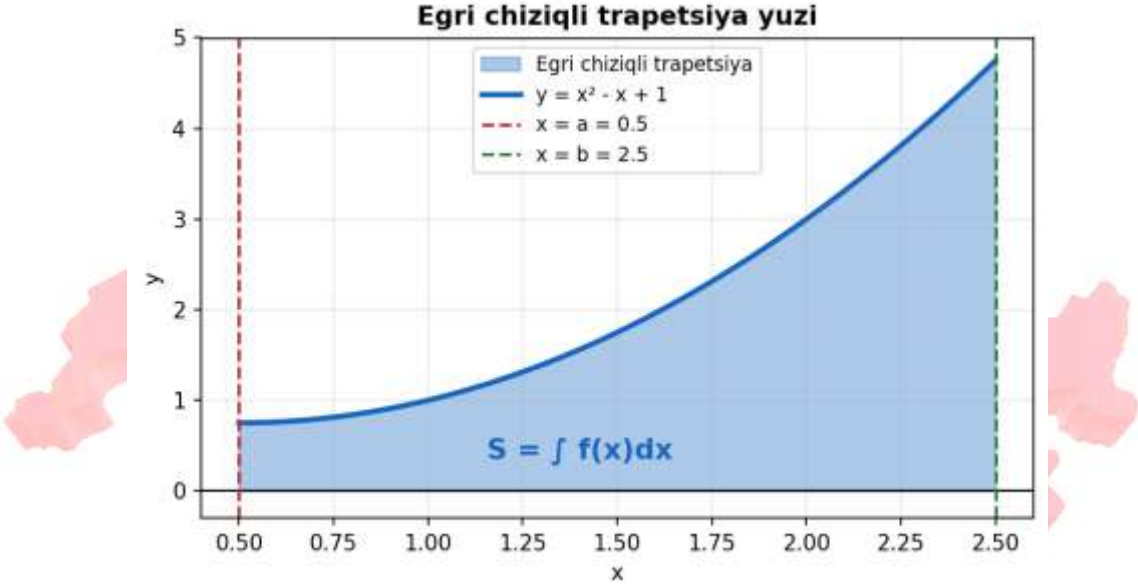
EGRI CHIZIQLI TRAPETSIYA YUZI. ANIQ INTEGRAL

Mengniyozova O`gilshod Qodirovna
Termiz Muhandislik va Agrotexnologiyalar Universiteti akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi
Telefon raqami: +99891 978 07 10

1. Egri Chiziqli Trapetsiya

Egri chiziqli trapetsiya — bu quyidagi chegaralar bilan o'ralgan tekis figura:

- yuqoridan: y = f(x) egri chizig'i (f(x) ≥ 0 bo'lganda)
- pastdan: x o'qi (y = 0)
- chapdan: x = a to'g'ri chizig'i
- o'ngdan: x = b to'g'ri chizig'i



Ushbu figuraning yuzini hisoblash — aniq integral tushunchasining asosiy geometrik ma'nosini tashkil etadi. Matematikada bu yuz:

S = ∫[a to b] f(x) dx

deb belgilanadi va aniq integral orqali hisoblanadi.

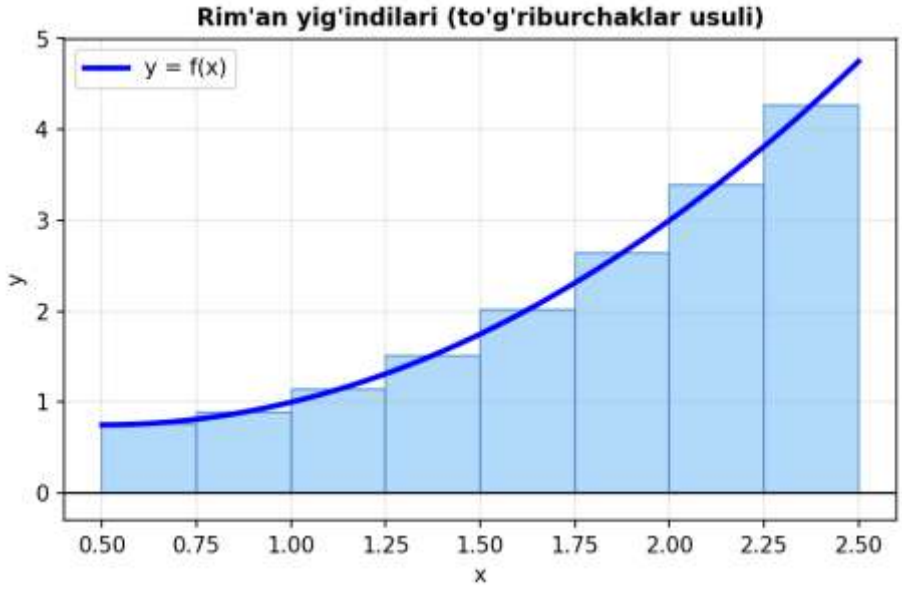
2. Aniq Integral

2.1 Aniq integralning ta'rifi

Aniq integral — funksiyaning biror kesmadagi integrali bo'lib, quyidagi chegaraviy o'tish orqali aniqlanadi:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \sum f(x_i)\cdot \Delta x_i$$

Bu yerda [a, b] kesmasi n ta kichik qismga bo'linadi, har bir kichik kesmada funksiyaning qiymati olinadi va to'g'riburchaklar yuzlari yig'iladi.



Grafik ko'rsatganidek, to'g'riburchaklar soni ortgan sari ularning yig'indisi egri chiziqli trapetsiya yuziga yaqinlashadi.

2.2 Nyuton-Leybnits formulasi

Aniq integralni hisoblashning asosiy usuli — Nyuton-Leybnits formulasi:

∫[a to b] f(x) dx = F(b) − F(a)

Bu yerda F(x) — f(x) funksiyaning noaniq integrali, ya'ni F'(x) = f(x). F(b) − F(a) ni qisqacha [F(x)]_a^b deb yoziladi.

Misol: Hisoblang: ∫[1 to 3] x^2 dx

F(x) = $x^3/3$

∫[1 to 3] x^2 dx = $[x^3/3]_1^3 = 3^3/3 - 1^3/3 = 9 - 1/3 = 26/3 \approx 8.67$

3. Aniq Integral Xossalari

3.1 Asosiy xossalar

- Chiziqlilik: ∫[a,b] [αf(x) + βg(x)]dx = α∫[a,b]f(x)dx + β∫[a,b]g(x)dx
- Kesmani bo'lish: ∫[a,b]f(x)dx = ∫[a,c]f(x)dx + ∫[c,b]f(x)dx
- Chegaralarni almashtirish: ∫[a,b]f(x)dx = −∫[b,a]f(x)dx
- Teng chegaralar: ∫[a,a]f(x)dx = 0
- Modulni baholash: |∫[a,b]f(x)dx| ≤ ∫[a,b]|f(x)|dx

3.2 Noaniq integral formulalari

Aniq integralni hisoblash uchun noaniq integral formulalarini bilish zarur:

∫x^n dx = $x^{n+1}/(n+1)$ + C (n ≠ −1)

∫e^x dx = e^x + C

$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$
$\int \cos x\,dx = \sin x + C$
$\int (1/x)\,dx = \ln|x| + C$
$\int b^x\,dx = b^x / \ln b + C$

3.3 Amaliy masalalar

1-masala: y = √x funksiyasi, x=0 va x=4 orasidagi egri chiziqli trapetsiya yuzini toping:

S = ∫[0 to 4] √x dx = ∫[0 to 4] x^(1/2) dx = [2x^(3/2)/3]₀⁴

S = 2·4^(3/2)/3 − 0 = 2·8/3 = 16/3 ≈ 5.33 kv.birlik

2-masala: y = sin x funksiyasining 0 dan π gacha bo'lgan yuzini hisoblang:

S = ∫[0 to π] sin x dx = [−cos x]₀^π = −cos π − (−cos 0) = 1 + 1 = 2

Xulosa: Aniq integral — matematika tahlilining asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, u geometriya, fizika (ish, harakat), iqtisodiyot va boshqa sohalarda keng qo'llaniladi. Nyuton-Leybnits formulasi bu hisob-kitoblarni sezilarli darajada soddalashtiradi.