

TENZOR TAHLILINING NAZARIY ASOSLARI

No'monova Kamolaxon Abdug'opir qizi

Matematika yo'nalishi talabasi,

Andijon davlat pedagogika instituti

E-mail: nomonovakamola07@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu mavzu doirasida tenzor tahliliga kirish sifatida muhim nazariy asoslarni qamrab oladi. Unda tenzorlarning mohiyati, tasnifi, xususiyatlari va amallari aniq va tushunarli tarzda bayon etilgan. Tenzor tahlilining nazariy asoslari sistemali ravishda o'rgatiladi, o'quvchi tenzorlarning qanday ob'ektlar ekanligi, ularni qanday tasniflash va ular ustida qanday amallar bajarish mumkinligi haqida to'liq tasavvurga ega bo'ladi.*

Kalit so'zlar: *tenzor, skalyar, vektor, tenzorlarni darajasi (ranki), kovariant va kontravariant indekslar, transformatsiya, oddiy evklid fazosi, metrik tenzor, sferik koordinatalar*

THEORETICAL FOUNDATIONS OF TENSOR ANALYSIS

Abstract: *This topic covers important theoretical foundations as an introduction to tensor analysis. It clearly and concisely explains the nature, classification, properties, and operations of tensors. The theoretical foundations of tensor analysis are systematically taught, and the student will have a complete idea of what objects tensors are, how they are classified, and what operations can be performed on them.*

Keywords: *tensor, scalar, vector, rank of tensors, covariant and contravariant indices, transformation, simple Euclidean space, metric tensor, spherical coordinates*

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА

Аннотация: *Данная тема охватывает важные теоретические основы, являющиеся введением в тензорный анализ. В ней ясно и понятно объясняются сущность, классификация, свойства и операции, выполняемые с тензорами. Теоретические основы тензорного анализа излагаются систематически, и студент получит полное представление о том, что такое тензоры, как их классифицировать и какие операции над ними можно выполнять.*

Ключевые слова: тензор, скаляр, вектор, ранг тензоров, ковариантные и контравариантные индексы, преобразование, простое евклидово пространство, метрический тензор, сферические координаты

Tenzor nima? Oddiy tushuntirish

Tenzor - bu sonlar (skalyarlar) va vektorlarning umumlashtirilgan ko'rinishidir. Keling, sizga bosqichma-bosqich tushunaylik:

Boshlang'ich tushunchalarga quydagilar kiradi:

- **Skalyar** - faqat qiymatga ega (masalan: harorat, massa, vaqt)
- Misol: $T = 25^{\circ}\text{C}$ (bitta son)
- **Vektor** - qiymat va yo'nalishga ega (masalan: kuch, tezlik, siljish)
- Misol: $v = (3, 4, 5)$ - uch o'lchovli fazoda
- **Tenzor** - bir nechta yo'nalishda qiymatga ega bo'lgan ob'ekt
- Misol: materialdagi kuchlanish - har yo'nalishda boshqacha

Tenzorlarning oddiy tasnifi quydagicha.

Tenzorlarni darajasi (ranki) bo'yicha tasniflash:

Darajasi	Nomi	Komponentlar soni(3-o'lchovli fazoda)	Misol
0	Skalyar	1	Harorat
1	Vektor	3	Tezlik
2	Matritsa	9	Kuchlar
3	3-tenzor	27	Pyezoelektrik effekt
4	4-tenzor	81	Elastiklik konstantalari

Keling, 2-darajali tenzorni ko'rib chiqaylik:

Kuchlanish tenzori misolida:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Bu yerda:

- σ_{xx} — x yo'nalishda, x o'qiga perpendikulyar sirtga ta'sir etuvchi kuchlanish
- σ_{xy} — x yo'nalishda, y o'qiga perpendikulyar sirtga ta'sir etuvchi kuchlanish

Tenzorlarning asosiy xususiyatlari

1. Kovariant va kontravariant indekslar

Buni oddiy tilda tushuntiramiz:

- Kovariant - bazis vektorlari bilan bir xil transformatsiyalanadi

· Kontravariant - bazis vektorlariga qarama-qarshi transformatsiyalanadi
Oddiy misol: Shahar xaritasida ko'cha nomlari (kovariant) va uylarning raqamlari (kontravariant)

2. Tenzorlar qanday transformatsiyalanadi?

Agar koordinata sistemasini o'zgartirsak, tenzor komponentlari ma'lum qonuniyat bilan o'zgaradi:

Vektor misolida:

$$x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z$$

$$y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z$$

$$z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z$$

Tenzor komponentlari shunday o'zgarish kerakki, tenzorning fizik ma'nosi o'zgarmas qoladi.

1.4. Tenzorlar ustida amallar

1. Qo'shish va ayirish

Faqat bir xil turdagi tenzorlarni qo'shish mumkin:

$$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$$

2. Ko'paytirish (tashqi ko'paytma)

Ikki tenzorni ko'paytirish yangi, yuqori darajali tenzor hosil qiladi:

$$C_{ijk} = A_{ij} \times B_k$$

3. Kontraktsiya

Tenzorning bir kovariant va bir kontravariant indeksini tenglashtirish:

$$B_j = A_{ij}$$

(i indeksini kontraktsiya qilamiz)

Metrik tenzor - eng muhim tenzor

Metrik tenzor - fazodagi masofalarni o'lchash uchun ishlatiladi.

Oddiy Evklid fazosi uchun:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sferik koordinatalar uchun:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

Masofa formulasi: $ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j$

Nima uchun tenzorlar kerak?

1. Invariantlik - fizik qonunlar har qanday koordinata sistemasida bir xil ko'rinadi

2. Umumiylik - har qanday ko'rinishdagi fazolarga tatbiq qilish mumkin

3. Soddalik - murakkab ifodalarni qisqartirish mumkin

Misol uchun : Nyutonning 2- qonuni

Oddiy ko'rinishda: $F = ma$

Tenzor ko'rinishda: $F^i = ma^i$

Ko'rinib turibdiki, tenzor yozuv qisqa va universal.

Ushbu mavzuni tushunish uchun maslahatlar:

1. Avval oddiy misollarni tushuning - skalyar $\rightarrow$ vektor $\rightarrow$ matritsa $\rightarrow$ tenzor

2. Geometrik tasavvur qiling - har bir tenzor komponenti ma'lum yo'nalishdagi kuchlanishni ifodalaydi

3. Kichik o'lchamlardan boshlang - 2 o'lchovli tenzorlarni o'rganiladi.

Xulosa: Ushbu mavzu davomida biz tenzor atamasi, uning qo'llanilishi haqida umumiy ma'lumotlarga ega bo'ldik. Tenzorni qanday qo'llash haqida ham tushunchalar paydo bo'ldi. Tenzorni analitik geometriya darsligida ham muhim ahamiyatga ega ekanligiga ya'na bir bor guvoh bo'ldik.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Dalaboyev U. "Tenzorlar hisobi va uning qo'llanilishi"
2. Yusupov A.A. "Matematik fizika tenglamalari"
3. Xudoyberganov G.X. "Differensial geometriya"
4. Landau L.D., Lifshitz E.M. "Theory of Elasticity"