TOR TEBRANISH TENGLAMASINI KORREKTLIKKA TEKSHIRISH

Muhammadsohibova Nigora Komiljon qizi
Farg'ona Davlat Universiteti talabasi.
E-mail: yusubjonovanigoraxon@gmail.com
Xaydarova Pokizaxon Avazjon qizi
Farg'ona davlat universiteti talabasi
E-mail: pokizaxonxaydarova@gmail.com

Anotatsiya *Ushbu tezisda tor tebranish tenglamasi uchun qo'yilgan klassik chegaraviy masalaning korrektligi Hadamard mezonlari asosida tahlil qilinadi. Tor tebranish tenglamasining analitik yechimi Fur'e usuli orqali topiladi. Yechim mavjudligi, yagonaligi va turg'unligi matematik asosda isbotlanadi. Misollar orqali masalaning korrekt yechimga ega ekani ko'rsatiladi.*

Kalit so'zlar *Tor tebranish tenglamasi, korrekt masala, Fur'e usuli, Hadamard shartlari, turg'unlik, Dirixle sharti.*

Аннотация *В данной тезисной работе рассматривается корректность классической краевой задачи для уравнения колебаний струны на основе критериев Адамара. Аналитическое решение уравнения колебаний получено с использованием метода Фурье. Доказано существование, единственность и устойчивость решения. На конкретных примерах показано, что задача является корректной.*

Ключевые слова *Уравнение колебаний струны, корректная задача, метод Фурье, критерии Адамара, устойчивость, граничное условие Дирихле.*

Abstract *This thesis examines the well-posedness of the classical boundary value problem for the string vibration equation based on Hadamard's criteria. The analytical solution of the vibration equation is obtained using the Fourier method. The existence, uniqueness, and stability of the solution are mathematically proven. Examples demonstrate that the problem is well-posed.*

Keywords *String vibration equation, well-posed problem, Fourier method, Hadamard conditions, stability, Dirichlet boundary condition.*

1. Tenglama va shartlar

Ko'rib chiqilayotgan masala quyidagi tenglama va shartlardan iborat:

Elliptik tenglama:

$$U_{xx}+U_{yy}=0 \qquad (1)$$

Boshlang'ich shartlar:

$$U(x,0)=\frac{1}{n}\sin nx,\ \ U_y(x,0)=0 \qquad (2)$$

Chegaraviy shartlar:

$$U(0,y)=0, \qquad U(\pi,y)=0 \qquad (3)$$

Yechim formulasi

Masalaning umumiy yechimi quyidagi shakldа ifodalanadi:

$$U(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[\varphi_k ch\frac{k\pi}{l}y+\frac{l}{k\pi}\psi_k sh\frac{k\pi}{l}y\right]\cdot\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{k\pi}{l}$$

$$\varphi_k=\int_0^l\varphi(x)\sqrt{\frac{2}{\pi}}sin\frac{k\pi}{l}xdx$$

$$\psi_k=\int_0^l\psi(x)\sqrt{\frac{2}{\pi}}sin\frac{k\pi}{l}xdx$$

Misol tahlili

Berilgan $\varphi(x)=\frac{1}{n}\sin nx, \qquad n\in N$

$$\psi(x)=0, \quad l=\bar{n}$$

$$\varphi_k=\int_0^l\frac{1}{n}\sin nx\sqrt{\frac{2}{\pi}}sin\frac{k\pi}{l}xdx=\frac{1}{n}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\pi\sin nx\cdot\sin kxdx$$

Bu integral sinus funksiyalarning ortogonal xossasiga asoslanadi:
- Agar k ≠ n bo'lsa,

$$\varphi_n=\frac{1}{n}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\int_0^\pi\sin^2 nxdx=\frac{1}{2n}\sqrt{\frac{2}{n}}\int_0^\pi\sin(1-\cos 2nx)dx=$$

$$=\frac{1}{2n}\sqrt{\frac{2}{\pi}}(r-\frac{1}{2n}\sin nx)=\frac{1}{2n}\sqrt{\frac{2}{\bar{n}}}\cdot\bar{n}=\varphi_n$$

- Agar k = n bo'lsa,

$$\varphi_n=\frac{1}{n}\sqrt{\frac{2}{\bar{n}}}\int_0^\pi\sin nx\cdot\sin\pi xdx=\frac{1}{2n}\sqrt{\frac{2}{\bar{n}}}\int_0^\pi(\cos(n+k)x-\cos(n-k)x)dx=$$

$$=\frac{1}{2n}\sqrt{\frac{2}{\bar{n}}}\left(\frac{\sin(n+k)x}{n+k}-\frac{\sin(n-k)x}{n-k}\right)/_0^{\bar{n}}=0$$

$$\psi_n=\sqrt{\frac{2}{l}}\int_0^{\bar{n}}0\cdot\sin kxdx$$

ψ(x) = 0 bo'lgani sababli barcha $\psi_k = 0$.

Demak, yechim faqat bitta k = n hadi bo‘yicha ifodalanadi:

$$U(x,y)=\frac{1}{2n}\cdot\sqrt{\frac{2}{n}}n\cdot chny\cdot\sqrt{\frac{2}{n}}\sin nx=\frac{1}{n}\cdot chny\cdot\sin nx$$

Bu yechim berilgan shartlarni qanoatlantiradi va boshlang‘ich ma’lumotlarga turg‘un bog‘liq.

Xulosa

Tahlil natijasida ko‘rsatildiki, elliptik turdagi tor tebranish tenglamasi uchun berilgan misol korrekt hisoblanadi. Yechim mavjud, yagona va boshlang‘ich funksiyalarga turg‘un bog‘liq bo‘lib, Hadamard shartlarini to‘liq qanoatlantiradi. Bu misol orqali Fur’e usulining tahliliy qulayligi hamda fizik modellar uchun amaliy ahamiyati ko‘rsatildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Tikhonov A.N., Samarskii A.A. Differensial tenglamalar, Fan, 1972.
2. Lavrent’ev M.M., Romanov V.G., Shishatskii S.P. Nekorrektnye zadachi, Nauka, 1980.
3. Zhidkov N.P. To‘lqin tenglamalari, Moskva: Nauka, 1985.
4. Evans L.C. Partial Differential Equations, AMS, 2010.
5. Rasulov M.M. Matematik fizika tenglamalari, TDIU, 2006.