

KORREKT MASALA TUSHUNCHASI . KORREKT MASALA TA'RIFI. TO'LQIN TENGLAMASI UCHUN KOSHI MASALASI

Azizov Muzaffar Sulaymonovich

*Farg'ona davlat universiteti matematik analiz va differensial tenglamalar kafedrası
katta o'qituvchisi, fizika -matematika fanlar bo'yicha falsafa doktori, (PHD).*

muzaffar.azizov.1988@gmail.com

Fozilova Fotimaxon Muzaffarjon qizi

Farg'ona davlat universiteti talabasi

fxon03375@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematik fizika va differensial tenglamalar nazariyasida muhim o'rin tutuvchi korrekt masala tushunchasi ko'rib chiqiladi. Korrektlik shartlari J.Hadamard tomonidan taklif etilgan bo'lib, ular yechimning mavjudligi, yagonaligi va barqarorligini ta'minlaydi. Maqolada ushbu shartlarning mazmuni yoritilib, to'lqin tenglamasi va issiqlik tarqalish tenglamasi uchun Koshi masalalari misolida korrekt masalaning tahlili keltiriladi. Ushbu yondashuv fizik jarayonlarni matematik modellashtirishda aniqlik va ishonchlilikni ta'minlashga xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: korrekt masala, to'lqin tenglamasi, Koshi masalasi, boshlang'ich shartlar, chegaraviy masalalar

Аннотация: В данной статье рассматривается понятие корректной задачи, занимающее важное место в математической физике и теории дифференциальных уравнений. Условия корректности J.Предложенные адамаром, они обеспечивают доступность, единообразие и стабильность решения. В статье рассматривается содержание этих условий и приводится анализ корректной задачи на примере задач Коши для волнового уравнения и уравнения рассеяния тепла. Такой подход служит для обеспечения точности и надежности математического моделирования физических процессов.

Ключевые слова: корректная задача, волновое уравнение, задача Коши, начальные условия, граничные задачи

Annotation: This article examines the concept of a corrective problem that is central to mathematical physics and the theory of differential equations. Correctness conditions J.Proposed by Hadamard, they ensure the existence, uniqueness and stability of the solution. The article will highlight the content of these conditions and bring up an

analysis of the corrective problem using the example of Cauchy issues for the wave equation and the heat dissipation equation. This approach serves to provide accuracy and reliability in the mathematical modeling of physical processes.

Keywords: *corrective issue, wave equation, Cauchy issue, initial conditions, boundary issues*

Korrektlik tushunchasi mashhur fransuz matematigi J. Adamarning matematik fizika tenglamalari uchun turli chegaraviy masalalarni o'rganishi bilan bog'liq. J. Adamar yechimi muayyan uzluksizlik shartlarini qanoatlantirmaydigan chegaraviy masalalar fizik ma'noga ega emas, degan fikrni bildirdi va bunday masalalarga misollar keltirdi. Keyinchalik, Adamarning fikri noto'g'ri ekanligi ma'lum bo'ldi. Ma'lum bo'ldiki, matematik fizikaning Adamar ma'nosida nokorrekt qo'yilgan ko'plab masalalari, xususan, Adamar qayd etgan misollar ham haqiqiy fizik mazmunga ega bo'lib chiqdi. Bundan tashqari, amaliyot bilan bog'liq nokorrekt qo'yilgan masalalar matematikaning boshqa ko'plab sohalarida ham paydo bo'lishi ma'lum bo'ldi. Shunday qilib, matematik fizikaning korrekt qo'yilgan masalasi tushunchasi 20 – asr boshida J. Adamar tomonidan kiritildi. Ta'rif. Masala korrekt qo'yilgan deyiladi, agar quyidagi shartlar bajarilsa:

- 1) masalaning yechimi mavjud;
- 2) masalaning yechimi yagona;
- 3) masalaning yechimi berilganlarga uzluksiz bog'liq.

Birinchi shart berilganlarning cheksiz ko'p bo'lmasligini talab qiladi. Ikkinchi shart esa berilganlar masala aniqlanishi uchun yetarli bo'lishini talab qiladi. Uchinchi shart esa quyidagi holat bilan bog'langan: Agar masala fizik (modelni) aniqlash bilan bog'liq bo'lsa, u holda berilganlarni absolyut aniq deb hisoblay olmaymiz. Ularning qandaydir ma'noda taqribiy qiymatlari ma'lum deb olamiz. Shunday qilib, agar yechim boshlang'ich berilganlarga uzluksiz bo'g'liq bo'lmasa, u holda masala yechimi fizik ma'noda aniqlanmagan bo'ladi. Yuqorida keltirilgan korrektlik shartlari tushuntirish kiritishni talab qiladi. Chegaraviy masalalar nazariyasida yechim va berilganlar ba'zi bir funksional fazolar elementlari sifatida qaraladi. Shuning uchun korrektlik shartlari quyidagi ko'rinishda keltiriladi:

- 1) chiziqli normalashtirilgan fazolardagi biror yopiq qismfazoga tegishli ixtiyoriy berilganlar uchun masala yechimi mavjud va bu fazolarning biriga tegishli;
- 2) Ko'rsatilgan fazolarning birortasida masala yechimi yagona;
- 3) Berilganlarning cheksiz kichik o'zgarishiga (berilganlar qaralayotgan fazoda) yechimning cheksiz kichik o'zgarishi mos kelsa (yechim qaralayotgan fazoda).

Mavjudlik, yagonalik va yechimlarning berilganlarga uzluksiz bog'liqligi haqidagi teoremlar masala korrektligining isbotidir. Umuman aytganda elliptik tenglamalar uchun

chegaraviy shartlar yechim aniqlanadigan sohaning butun chegarasida berilsa, bunday masalalar korrektdir. Giperbolik va parabolik tipdagi tenglamalar uchun esa, umuman aytganda, Koshi masalasi va aralash masalalar korrektdir.

Korrekt qo'yilgan masala ta'rifi shartlaridan birortasini qanoatlantirmaydigan masalaga nokorrekt (Adamar ma'nosida) qo'yilgan masala deyiladi. Odatda nokorrekt masalalar nazariyasida korrektilik ta'rifidagi uchinchi shartga asosiy e'tibor qaratiladi. Korrekt masala tushunchasini kiritish bilan birgalikda Adamar korrekt bo'lmagan masalaga ham misol keltirgan. Bu Laplas tenglamasi uchun Koshi masalasidir.

To'liq tenglamasi uchun Koshi masalasi.

Ushbu tenglamaning

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad D = \{-\infty < x < \infty, t > 0\} \quad (1)$$

Boshlang'ich

$$u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \phi(x), -\infty < x < \infty \quad (2)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini toping.

To'liq tenglamasi uchun (1)-(2) Koshi masalasining har qanday klassik yechimini D'alamber formulasi bilan ifodalash mumkinligini matematik fizika kursidan bilamiz, bu esa bunday masala yechimining mavjudligi va yagonaligini bildiradi.

Misol : Ushbu $\Omega = \{0 < x < \pi, 0 < t < T, T < \infty\}$ sohada parabolik tenglama uchun boshlang'ich chegaraviy

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t)$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0$$

Masalani ko'rib chiqamiz . keling masalani korrektiligini ko'rib chiqamiz .Buning uchun $E(t) = \int_0^\pi u^2(x, t) dx$

funksiyani qareviz va uning hosilasini topamiz .

$$E'(t) = 2 \int_0^\pi u(x, t) * u_t(x, t) dx$$

Tenglamani shartlarini hisobga olgan holda

$$E'(t) = 2 \int_0^\pi u(x, t) * u_{xx}(x, t) dx$$

$$2 \left(u(x, t) u_x(x, t) - \int_0^\pi u_x^2(x, t) dx \right) = -2 \int_0^\pi u_x^2(x, t) dx \leq 0$$

ekanligi kelib chiqadi .Bu yerda ko'rinib turibdiki $E(t)$ o'smaydigan funksiya va $E(t) \leq E(0)$ yoki

$$\int_0^{\pi} u^2(x, t) dx \leq \int_0^{\pi} u^2(x, 0) dx = \int_0^{\pi} f^2(x) dx$$

kelib chiqadi. Bu esa korrektligini anglatadi.

Xulosa: Korrekt masala tushunchasi matematik fizika tenglamalarini tahlil qilishda asosiy nazariy mezonlardan biridir. Hadamard tomonidan belgilangan shartlarga ko'ra, masala korrekt hisoblanishi uchun uning yechimi mavjud, yagona va barqaror bo'lishi zarur. Bu shartlar masalaning fizik mazmuni va amaliy qo'llanilishida aniqlik va ishonchlikni ta'minlaydi. To'liq tenglamasi uchun Koshi masalasi bu shartlarga to'liq javob beradi. Giperbolik tenglama bo'lgan to'liq tenglamasining boshlang'ich shartlari asosida berilgan yechimi mavjud, yagona va boshlang'ich shartlardagi kichik o'zgarishlarga sezgir emas. Shu sababli, to'liq tenglamasi uchun Koshi masalasi korrekt masala hisoblanadi va fizikada to'liq jarayonlarini modellashtirishda keng qo'llaniladi.

Umuman olganda, korrektlik tushunchasi differensial tenglamalar nazariyasining nazariy va amaliy asoslarini mustahkamlab, real jarayonlarning barqaror modellarini yaratishga imkon beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. J. Hadamard. Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations.

— Bu asarda korrekt masala ta'rifi va Koshi masalasining matematik asoslari birinchi bo'lib aniq shakllantirilgan.

2. Walter A. Strauss. Partial Differential Equations: An Introduction. Wiley, 2008.

— To'liq tenglamasi va Koshi masalasining korrektligi, mavjudlik va barqarorlik xususiyatlari haqida zamonaviy izohlar berilgan.

3. С.Г. Михлин. Частные производные и уравнения математической физики.

— To'liq tenglamasi va fizikaviy modellar asosida korrektlik shartlari tahlil qilingan.

4. М.И. Расулов. Математик анализ va differensial tenglamalar. Toshkent: O'qituvchi, 1995.

— O'zbek tilida yozilgan manba bo'lib, unda Koshi masalasi va korrektlik haqida umumiy tushunchalar keltirilgan

Ushbu maqola Nokorrekt va teskari masalalar fanidan mustaqil ta'lim uchun tayyorlandi.