



MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC
SOLUTIONS

MAKTABLARDA QIYINROQ YECHILADIGAN MATEMATIKA
MASALALARI

СЛОЖНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В ШКОЛАХ

CHALLENGING MATHEMATICAL PROBLEMS IN SCHOOLS
EFFECTIVENESS: PURPOSE, CONTENT, AND TOOLS

Mamatova Zilolaxon Xabibuloxonovna

Farg'ona Davlat Universiteti dotsenti, pedagogika fanlari
bo'yicha falsafa doktori (PhD)

(Qo'chqorova)Abdurahimova Farangizbonu Bahodirjon qizi

Farg'ona davlat universiteti matematika va informatika fakulteti
amaliy matematika yo'nalishi 4-bosqich talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada maktablarda uchraydigan murakkab matematika masalalari va ularni yechish strategiyalari haqida so'z yuritiladi. Algebra, geometriya, kombinatorika va sonlar nazariyasiga oid misollar orqali qiyin masalalarni yechish uchun zarur bo'lgan usullar va ko'nikmalar bayon etiladi. Maqolada, murakkab masalalarni o'rganishning o'quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirishdagi o'rni yoritilgan.

Аннотация: В данной статье рассматриваются сложные математические задачи, встречающиеся в школах, и стратегии их решения. Приведены примеры из алгебры, геометрии, комбинаторики и теории чисел, а также описаны навыки, необходимые для их успешного решения. Также подчеркивается роль сложных задач в развитии математического мышления у учащихся..

Abstract: This article discusses challenging mathematical problems encountered in schools and strategies for solving them. It provides examples from algebra, geometry, combinatorics, and number theory, highlighting the skills required to tackle these problems. The article also emphasizes the importance of complex problems in developing students' mathematical thinking.

Kalit so'zlar: matematika, algebra, geometriya, kombinatorika, sonlar nazariyasi, qiyin masalalar, o'quvchilarning tafakkuri

Ключевые слова: математика, алгебра, геометрия, комбинаторика, теория чисел, сложные задачи, мышление учащихся

Key words: mathematics, algebra, geometry, combinatorics, number theory, challenging problems, students' thinking..



**KIRISH**

Matematika o'quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantirish va turli masalalarni yechishga o'rgatishda muhim rol o'ynaydi. O'rta maktablarda qiyinroq masalalar ko'pincha o'quvchilarda ijodiy yondashuv va matematik tushunchalarni chuqurroq anglashni talab qiladi. Matematika ta'limi nafaqat amaliy ko'nikmalarni rivojlantirish, balki o'quvchilarda mantiqiy va ijodiy fikrlash qobiliyatini shakllantirishda ham muhim rol o'ynaydi. Maktablarda qiyinroq yechiladigan matematika masalalari aynan shu jihatlarni rivojlantirishga qaratilgan. Bu masalalar orqali o'quvchilar nafaqat darsda o'rgangan bilimlarini mustahkamlaydilar, balki ularni turli vaziyatlarda qo'llash ko'nikmasiga ega bo'ladilar. Murakkab masalalar odatda bir nechta matematik tushunchalarni birlashtiradi va ularni yechish jarayonida o'quvchilar chalg'ituvchi elementlar va noan'anaviy yechim yo'llarini topishi lozim bo'ladi. Masalan, algebra va geometriya fanlariga oid masalalarda bir necha qadamli hisob-kitoblar talab etiladi yoki kombinatorika va sonlar nazariyasi bo'yicha misollarda tartib va mantiqiy izchillik muhim ahamiyatga ega. Mazkur maqolada maktablarda duch kelinadigan murakkab matematika masalalarining turlari, ularni yechish usullari va bunday masalalarning ta'lim jarayonidagi ahamiyati tahlil qilinadi.

Qiyin masalalar yechish o'quvchilarda qat'iyatlilik va mustaqil izlanish qobiliyatini shakllantiradi. Bundan tashqari, bunday masalalar mantiqiy fikrlashda aniqlik va e'tibor talab qiladi. O'quvchilarni qiyin masalalar bilan muntazam shug'ullantirish ularning umumiy bilim darajasini oshiradi va kelajakda duch kelishi mumkin bo'lgan murakkab muammolarni hal qilishga tayyorlaydi. Maktablardagi murakkab masalalarni yechish jarayoni bir nechta strategiyalar bilan hamkorlik qilishni har bir pedagogdan talab qiladi.

Algebraik masalalar o'quvchilarning analitik fikrlash qobiliyatini rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega. Algebra nafaqat tenglamalar va tengsizliklar bilan ishlashni, balki abstrakt tushunchalar asosida real muammolarni model yaratib hal qilishni ham o'rgatadi. O'rta maktab darajasida algebra ko'pincha murakkab sonlar, ko'phadlar, nisbatlar, funksiya grafiklari va tenglamalar tizimlarini o'z ichiga oladi. Qiyin algebraik masalalar o'quvchilardan bir vaqtning o'zida bir nechta qadamda yechim topishni va turli matematik usullarni qo'llashni talab qiladi.

1. Tenglamalar va tengsizliklar masalalari. Bu turdagi masalalarda noma'lum qiymatlarni topish uchun algebraik ifodalarni yechish talab etiladi. Masalalar odatda bir yoki bir nechta noma'lum o'zgaruvchiga ega bo'ladi.

Misol: $3x + 7 = 19$ tenglamani yeching.

$$3x = 19 - 7$$

Yechim: $3x = 12$. Mazkur yechim odatda an'anaviy darslar jarayonida

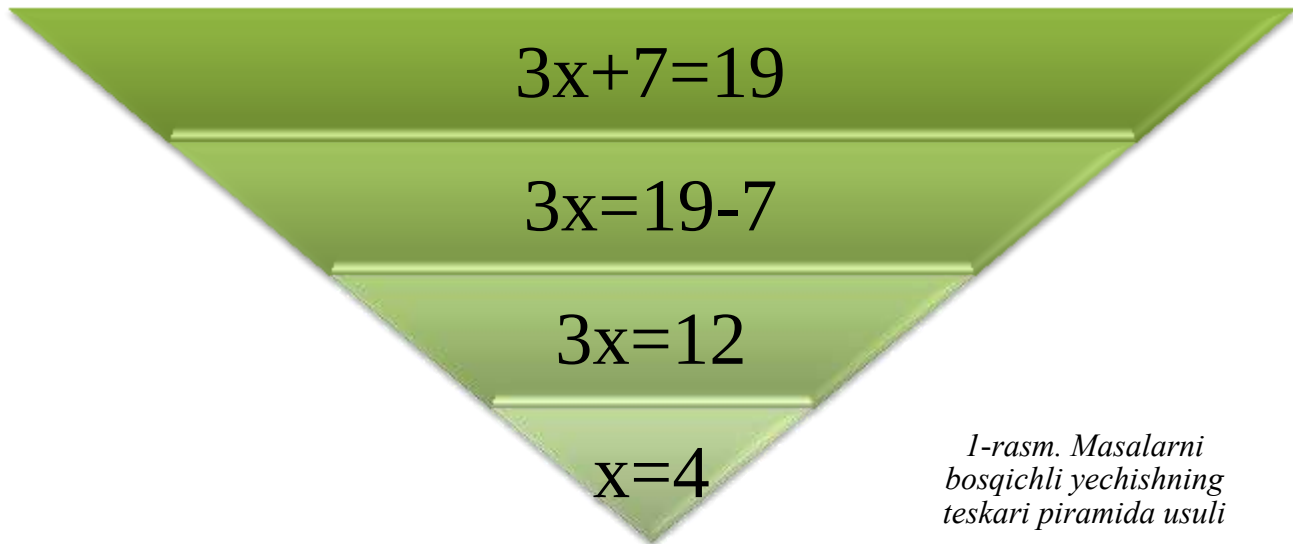
$$x = \frac{12}{3} = 4$$

o'tiladigan va tushuntiriladigan o'daiy va oddiy usul bo'lib, bu yechim turi odatdagidan





ko'ra noan'anaviy bo'lgan turli organayzerlar yoki o'quvchini qiziqiradigan metodlar bilan tushuntirilishi maqsadga muvofiq. (1-rasm)



1-rasm. Masalarni bosqichli yechishning teskari piramida usuli

2. Kvadrat tenglamalar bilan bog'liq masalalar murakkabroq hisoblanadi, chunki ular ko'p hollarda diskiriminant hisoblashni va natijalarni tekshirishni talab qiladi.

Masala: $x^2 - 5x + 6 = 0$ tenglamani yeching.

Yechim: Diskiriminantini topamiz: $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$

Ildizlar: $x_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2} = 3$, $x_2 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2} = 2$. Demak, tenglama ildizlari $x_1 = 3$ va $x_2 = 2$.

3. Tenglamalar tizimlari – bir nechta noma'lum qiymatlar ishtirok etadigan masalalar tenglamalar tizimlari yordamida yechiladi. Bu masalalar ko'pincha real hayotiy muammolarni modellashtirishda qo'llaniladi.

Masala: Ikki sonning yig'indisi 10 ga teng, ularning ko'paytmasi 24. Ushbu sonlarni toping.

Yechim: Tenglamalar tizimini tuzamiz:
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 24 \end{cases}$$

Bu yerda $y = 10 - x$ bo'lsa, tenglamani quyidagicha hosil qilamiz: $x(10 - x) = 24 \rightarrow x^2 - 10x + 24 = 0$. Kvadrat tenglama ildizlari $x = 6$ va $y = 4$ yoki aksincha.

4. Ko'phadlar va Faktorizatsiya. Bu masalalar ko'phadlarni turli usullarda faktorlarga ajratish yoki ular yordamida turli tenglamalarni yechishni o'z ichiga oladi. Ko'p hollarda o'quvchilar ko'phadlarni umumiy ko'paytuvchilarga ajratishni o'rganadilar.

Masala: Ko'phadni faktorlarga ajrating: $x^2 - 9$





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC
SOLUTIONS

Yechim: Bu ifoda ikkita kvadratlar ayirmasiga mos keladi
$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

5. Hayotiy Masalalar Modellashtirish. Algebraik masalalar ko'pincha hayotiy holatlarni matematik modelga aylantirish orqali yechiladi. Masalan, masofa, vaqt va tezlik orasidagi bog'liqlikni ko'rsatuvchi masalalar algebraik tenglamalar yordamida ifodalanadi.

Masala: Avtobus 3 soatda 180 km masofani bosib o'tdi. Avtobusning o'rtacha tezligini toping.

Yechim: Tezlik=Masofa/Vaqt ya'ni $180\text{km} : 3\text{soat} = 60\text{km} / \text{soat}$

Algebraik masalalar maktab o'quvchilari uchun fundamental ahamiyatga ega bo'lib, ularni mantiqiy fikrlashga, analitik yondashuvni qo'llashga va real muammolarni hal qilishga o'rgatadi. Murakkab algebraik masalalarni yechish o'quvchilarning bilim darajasini oshirish bilan birga, ularning matematik tafakkurini mustahkamlaydi va kelajakdagi ta'lim bosqichlariga tayyorgarlik ko'rishiga yordam beradi

Geometriya masalalari ko'pincha aniq formula va teoremlarni qo'llashni talab qiladi, masalan, uchburchaklarning burchaklari yig'indisi yoki aylana uzunligi bilan bog'liq hisob-kitoblar. Geometriya — shakllar, fazoviy obyektlar va ularning o'zaro bog'liqliklarini o'rganadigan fan. Maktab dasturida geometriya masalalari o'quvchilarning tasavvur qilish, mantiqiy tahlil qilish va muammolarni yechishda turli matematik usullarni qo'llash ko'nikmalarini rivojlantiradi. Qiyin geometrik masalalarni hal qilish uchun ko'pincha bir nechta tushunchalarni birlashtirish talab etiladi.

1. Uchburchaklar bilan bog'liq masalalar. Uchburchaklar geometriyada asosiy mavzulardan biri bo'lib, Pifagor teoremasi, burchaklar yig'indisi va sinus-kosinus qoidalari ko'p qo'llaniladi.

2. To'g'ri to'rtburchak va aylana bilan bog'liq masalalar. Yassi shakllar bilan bog'liq masalalarda yuzalar va perimetrlarni hisoblash ko'p uchraydi. To'g'ri to'rtburchak va aylana kabi shakllar real hayotiy masalalarni ifodalashda keng qo'llaniladi.

3. Ko'pburchaklar va prizmalarga oid masalalar. Ko'pburchaklar bilan bog'liq masalalarda ichki va tashqi burchaklar yig'indisi, shuningdek, perimetr va yuzalarni hisoblash talab etiladi. Prizmalar va boshqa fazoviy shakllar bilan bog'liq masalalarda hajmni hisoblash ham muhim.

4. Sinus va kosinus qoidalari bilan masalalar. Murakkab uchburchaklarda burchaklarni va tomonlarni topish uchun sinus va kosinus qoidalari qo'llaniladi. Bu qoidalar o'quvchilarga barcha tomonlari noma'lum bo'lgan uchburchaklar bilan ishlash imkonini beradi.

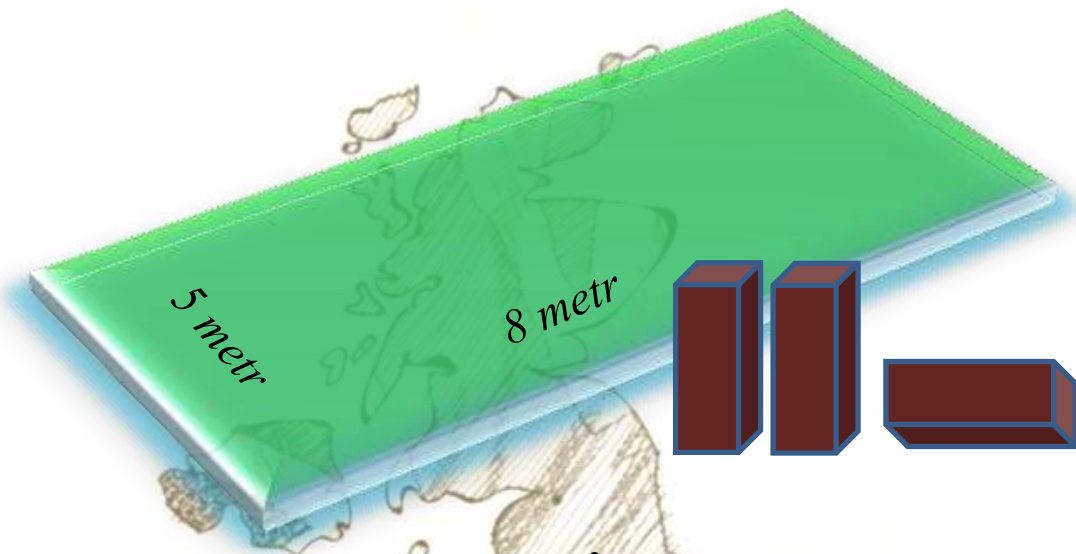




MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

5. Hayotiy Geometriya masalalari. Geometriya nafaqat nazariy bilimlarni o'zlashtirishda, balki real hayotdagi masalalarni yechishda ham qo'llaniladi. Masalan, yer maydonining yuzasini hisoblash yoki bino qurilishidagi burchak va uzunliklarni aniqlashda geometrik bilimlar kerak bo'ladi.

Masala: O'lchamlari 5m va 8m bo'lgan yer uchastkasiga g'isht yotqizish uchun



2-rasm.

qancha maydon kerak bo'ladi?

Yechim: To'g'ri to'rtburchakning yuzi $S = a \cdot b$. Bundan, $S = 5 \cdot 8 = 40m^2$

Geometrik masalalar o'quvchilarga shakllar va fazoviy obyektlarni yaxshiroq tushunishga yordam beradi. Murakkab geometrik masalalarni yechish orqali o'quvchilar mantiqiy tahlil qilish va aniq rejalar asosida yechim topish ko'nikmalarini rivojlantiradilar. Bunday masalalar real hayotdagi muammolarni hal qilishda ham qo'llanilishi sababli ularni puxta o'rganish katta ahamiyatga ega. Geometrik masalalarda, asosan, o'quvchilarda obrazli tafakkurni rivojlantirish uchun rasmlar va tasavvurni osonlashtiruvchi chizmalardan foydalanish maqsadga muvofiq. (2-rasm)

Kombinatorika masalalari variantlar va kombinatsiyalar sonini aniqlashga asoslangan. Bu masalalar ko'pincha o'quvchilardan mantiqiy va aniq fikrlashni talab qiladi.

Masala: 5 ta o'quvchi o'zaro qanday qilib turli tartibda qatorga tizilishi mumkin?

Yechim: Bunday masalalar faktorial yordamida yechiladi; 5 ta o'quvchini tartiblashtirish uchun: $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$. Demak, 5 o'quvchi 120 xil usulda saf tortishi mumkin.

Mazkur turdagi topshiriqlar maktab darsliklariga kiritilgan kombinatorikaning sodda masalalari hisoblanib, ularni tushuntirish jarayonida asosan qonun qoidalarini oddiy tasvirlar yoki guruh bo'lib amaliyotda sinab ko'rish mumkin.

Masala yechish matematika fani kirib borgan yo'nalishlarda zarur ko'nikma hisoblanadi. Buning uchun bir nechta usullar va yondashuvlar mavjud bo'lib, ular pedagogning dars o'tish mahoratiga bog'liq bo'lmagan holda mustaqil ravishda





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

murakkab matematik masalalarni yechishda ham maktab ta'limi uchun samarali hisoblanadi. Masala yechish usullari:

a) analitik usul: masalani kichik qismlarga bo'lib tahlil qilish. Har bir qism alohida ko'rib chiqiladi va asosiy javob shu qismlarning umumlashmasidan hosil qilinadi. Misol: Algebra masalalarida ifodani sodda shaklga keltirib, yechim izlash.

b) eksperimental usul: amaliy sinovlar o'tkazish yoki ma'lum miqdordagi natijalarni kuzatish orqali javob topish. Misol: Fizika masalasida tajribalar orqali qonuniyatlarni topish.

d) grafik usul: ma'lumotlarni grafik chizish orqali yechim izlash. Ko'pincha funksiyalar, geometrik masalalar va harakatga oid masalalarda qo'llanadi. Misol: tenglamani grafik usulda yechish orqali kesishish nuqtalarini topish.

e) algoritmik usul: qadam-baqadam bajariladigan ketma-ketlikni belgilash orqali masalani yechish. Dasturlash va matematik masalalarda keng qo'llanadi.

f) sinov va xato usuli: muammoni hal qilish uchun turli taxminlarni sinab ko'rish va xato natijalardan to'g'ri yechim sari yaqinlashish. Misol: Sudoku yoki krossvord masalalarini hal qilishda.

g) matematik modellashtirish: masalani tenglama, tengsizlik yoki modellar orqali ifodalash. Fizika, iqtisod va matematikaning turli sohalarida keng qo'llaniladi. Misol: harakatga oid masalalarni tenglamalar bilan ifodalab yechish.

Masala yechish faqat bilim va ko'nikmalar bilan cheklanmaydi, balki to'g'ri yondashuv va strategiyani talab qiladi. Masalani to'g'ri yechish uchun avvalo uning shartini to'liq tushunish, keyin esa mos usulni tanlash muhim. Turli fanlar va sohalaridagi masalalar o'ziga xos yondashuvni talab qiladi – matematik masalalarda analitik fikrlash muhim bo'lsa, muhandislikda amaliy yechim va modellashtirish zarur bo'ladi. Samarali masala yechish nafaqat aniq fanlarda, balki hayotda ham muhim ahamiyatga ega: muammolarni tez va to'g'ri hal qilish qobiliyati insonning shaxsiy va professional rivojlanishiga katta ta'sir ko'rsatadi. Quyida masalalarni yechish jarayonida e'tiborga olinishi kerak bo'lgan bir qancha muhim tavsiyalarni ko'rib chiqish mumkin. Ushbu tavsiyalar murakkab vazifalarni qismlarga ajratish, aniq va tartibli ishlash hamda yechimga ijodiy yondashish orqali natijaga tezroq va samarali erishishga yordam beradi.

– masalani tushunish : avval masala shartlarini diqqat bilan o'qish va nimani topish kerakligini tushunish, kerak bo'lsa, shartni soddalashtirish yoki boshqa so'zlar bilan ifodalash;

–reja tuzish: masala qanday usul bilan yechilishini oldindan o'ylab ko'rish, yechim yo'lini kichik bosqichlarga ajratish foydali bo'ladi;

– sodda misollar yordamida tekshirish: agar masala murakkab bo'lsa, uni avval sodda holatda yechib ko'rish; bu murakkab yechimga qadam qo'yishda yordam beradi;

– hisobni aniqlik bilan bajarish: arifmetik xatolarni oldini olish uchun yechimda aniq va to'g'ri yozuvlarga rioya qilish;





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

– orqaga qaytish va tekshirish: yechim topilgach, uni qayta ko‘rib chiqing va masala shartlariga mosligini tekshirish;

– boshqa usullar bilan sinab ko‘rish: agar bir usul bilan natija chiqmasa, boshqa usullarni qo‘llab ko‘rishdan qo‘rqmaslik; boshqa yondashuv yangi imkoniyatlar yaratishi mumkin;

– mashq qilish: ko‘p mashq qilish orqali turli xil masalalar yechishga o‘rganish; qancha ko‘p mashq qilinsa, shuncha ko‘proq usullarni qo‘llashga o‘rganiladi.

Xulosa o‘rnida shuni aytish mumkinki, maktablarda qiyinroq yechiladigan matematika masalalari, o‘quvchilarga nafaqat matematik bilimlarni, balki ularning mantiqiy va ijodiy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish uchun muhim vosita hisoblanadi. Bunday masalalar orqali o‘quvchilar matematik tushunchalarni chuqurroq anglash imkoniyatiga ega bo‘lishadi. Murakkab masalalarni yechish jarayonida o‘quvchilar quyidagi asosiy ko‘nikmalarni rivojlantiradilar. Mantiqiy fikrlash: Qiyin masalalar, odatda, bir necha qadamda yechilishini talab etadi. O‘quvchilar o‘zlarining mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi, bu esa masalani yechish jarayonida har bir qadamni tahlil qilish va izchil fikr yuritishga yordam beradi. Bu ko‘nikma, nafaqat matematikada, balki boshqa fanlar va hayotiy vaziyatlarda ham foydali bo‘ladi. Ijodiy yondashuv: Qiyin masalalar ko‘pincha standart yechimlardan tashqari ijodiy yondashuvlarni talab qiladi. O‘quvchilar bunday masalalarni hal qilishda o‘z ijodiy fikrlarini ishga solishadi, yangi g‘oyalarni rivojlantirishga va o‘zlariga xos usullarni izlashga majbur bo‘ladilar. Bu jarayon ular uchun muhim ijodiy ko‘nikmalarni rivojlantiradi. Muammolarni tahlil qilish: Bunday masalalar bilan ishlashda o‘quvchilar muammolarni tahlil qilish va yechim yo‘llarini belgilashni o‘rganadilar. Ular turli usullarni qo‘llab, masalaning har tomonini ko‘rib chiqishga harakat qiladilar, bu esa ularga masalani kengroq nuqtai nazardan tahlil qilishga yordam beradi. Tezlik va aniqlik: Ba’zi qiyin masalalar yechimni topishdan tashqari, bu yechimni tez va aniq ko‘rsatishni ham talab qiladi. O‘quvchilar vaqtni samarali boshqarishni o‘rganadilar, bu esa ularning umumiy muvaffaqiyatlariga katta ta’sir ko‘rsatadi. Amaliy qo‘llanilishi: Qiyin masalalar ko‘pincha real hayotdagi muammolarni hal qilish uchun yaratiladi. O‘quvchilar ushbu masalalarni yechish orqali o‘z bilimlarini amaliy tarzda qo‘llashni o‘rganishadi. Bu ularning kundalik hayotida matematik bilimlardan foydalanishlariga yordam beradi, shuningdek, ularni amaliy masalalarni hal qilishda ishtirok etishga tayyorlaydi. O‘rganish jarayonini qiziqarli qilish: Qiyin masalalar ko‘pincha qiziqarli va murakkab vazifalarni taqdim etadi. Bu, o‘quvchilarning matematika faniga bo‘lgan qiziqishini oshiradi, ularni matematikaga ko‘proq jalb etadi va ularni o‘z bilimlarini kengaytirishga undaydi. Bunday masalalar bilan ishlash nafaqat akademik muvaffaqiyatni ta’minlaydi, balki o‘quvchilarda o‘ziga bo‘lgan ishonchni oshiradi. Ular o‘z o‘quvchilari bilan maslahatlashish va ularga yordam berish orqali, o‘rganish jarayonini yanada qiziqarli va samarali qilishlari mumkin. Natijada, maktabda qiyinroq yechiladigan matematika masalalari o‘quvchilar uchun nafaqat bilimlarni o‘rganish, balki shaxsiy va akademik rivojlanish uchun muhim





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC
SOLUTIONS

imkoniyatdir. Bunday masalalar, ularga kelajakda turli sohalarda muvaffaqiyatli bo'lishlari uchun zarur ko'nikmalarni berishi bilan birga, ularni matematik bilimlarini amaliy qo'llashga tayyorlaydi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Nazarov, B. (2018). Matematika: O'qitish metodikasi va texnologiyalari. Toshkent: O'zbekiston Respublikasi Xalq ta'limi vazirligi.
2. Hoshimov, M. (2020). Murakkab matematika masalalari: Yechimlar va tushuntirishlar. Toshkent: Fan va texnologiya.
3. Ruziev, S. (2019). Matematika fanini o'qitish metodlari. Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti.
4. Khamdamov, I. (2021). Matematika darslarida qiyin masalalarni yechish. Tashkent: O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi.

