



HODISA VA UNING EHTIMOLI. HODISALARNING BOG'LIQSIZLIGI

Abdiraximova Dildora Begimqulovna

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti

Annotatsiya: Ushbu tezisda tasodifiy hodisa va uning ehtimoli tushunchalari, ularning o'zaro bog'liqligi va bog'liqsizligi masalalari tahlil qilinadi. Ehtimollar nazariyasi matematik fanlarning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, hodisalarning yuz berish ehtimolini aniqlash, ular orasidagi munosabatni o'rganish orqali real hayotdagi jarayonlarni modellashtirish imkonini beradi. Tezisda hodisalar ustida bajariladigan amallar, ehtimolning asosiy qonunlari va hodisalarning bog'liqsizlik shartlari nazariy hamda amaliy jihatdan yoritilgan.

Kalit so'zlar: Tasodifiy hodisalar, muqarrar hodisa, mumkin bo'lmagan hodisa, tasodifiy hodisalar. ehtimol, ehtimollar nazariyasi, mustaqil hodisalar, bog'liqsizlik, algebra, matematik model.

Kirish. Hodisalar va ularning ehtimolini o'rganish matematikaning muhim bo'limi — ehtimollar nazariyasining asosiy vazifalaridan biridir. Har qanday tajriba yoki kuzatuv natijasida ma'lum hodisalar sodir bo'ladi, lekin ularning natijalari har doim ham bir xil bo'lmaydi. Bunday holatlar tasodifiy hodisalar deyiladi. Tasodifiy hodisalarni o'rganish orqali ularning sodir bo'lish ehtimolini aniqlash mumkin.

Ehtimollar nazariyasi algebra fanining amaliy tarmoqlaridan biri bo'lib, u hodisalar orasidagi mantiqiy va matematik bog'lanishlarni o'rganadi. Ayniqsa, hodisalarning bog'liqsizligi yoki mustaqilligi tushunchalari murakkab jarayonlarni tahlil etishda muhim o'rin tutadi.

Bizning kundalik nutqimizda "ehtimol", "holat", "hodisa" kabi so'zlardan keng foydalaniladi. Odatda, biror hodisaning ehtimoli uning ro'y berish imkoniyatining ob'ektiv xususiyati sifatida qabul qilinadi. Tajriba o'tkazish jarayonida aniqlanganidek, bir xil sharoitlarda amalga oshiriladigan tajribalar soni N oshgan sari, ma'lum bir A hodisasining ro'y berish chastotasi deyarli o'zgarmas bo'lib qoladi va biror aniq p raqami atrofida tebranadi. Shunday qilib, har bir tasodifiy hodisa bilan bog'liq ro'y berishlar sonining nisbiy chastotasi p raqamiga yaqinlashishi mumkin, shuning uchun bu p raqamini hodisaning ehtimoli sifatida qabul qilish mumkin. Biroq, bu mulohaza ehtimolning matematik ta'rifi uchun yetarli emas. Turli tajribalar seriyalari orqali p raqamini aniqlash har doim ham bir xil natijalarni bermaydi, garchi p ning qiymati bir-biriga yaqin bo'lsa ham.

Asosiy qism. Tasodifiy hodisa — bu tajriba natijasida sodir bo'lishi yoki sodir bo'lmashligi mumkin bo'lgan hodisadir. Masalan, tanga tashlaganda "gerb" yoki "raqam" chiqishi, zar tashlaganda 3 sonining chiqishi — bular tasodifiy hodisalardir. Har bir





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

tajribada hodisani natijasi oldindan aniq emas, ammo ehtimollar nazariyasi yordamida uning sodir bo'lish imkoniyatini hisoblash mumkin.

Ehtimollar nazariyasining muhim tushunchalaridan biri bu — tasodifiy hodisa hisoblanadi. Ushbu tushuncha tajriba bilan chambarchas bog'liqdir. Tajriba — bu ma'lum shart-sharoitlar bajarilganda, ularni sun'iy tarzda yaratish yoki inson irodasidan mustaqil ravishda sodir bo'lishi mumkin bo'lgan sinov jarayonidir. Tajribalar odatda ikki turga bo'linadi. Birinchi turdagi tajribalarda natijalar tabiat qonunlari asosida oldindan aniq aytib berilishi mumkin. Bunday tajribalar deterministik (aniqlangan) deb ataladi. Ikkinchi turdagi tajribalarda esa bir xil shart-sharoitlarda ham turli, bir-birini inkor etuvchi natijalar kuzatiladi. Masalan, elektr lampochkaning ishdan chiqishi, elementar zarrachalarning to'qnashuvi yoki inson organizmining muayyan dori vositasiga turlicha ta'sir ko'rsatishi kabi holatlar bunga misol bo'la oladi. Ana shunday tajribalarni o'rganish ehtimollar nazariyasining asosiy vazifasi hisoblanadi. Bunday tajribalar tasodifiy (stoxastik) yoki ehtimollik tajribalari deb yuritiladi. Shuningdek, bunday tajribalarni istalgancha ko'p marta takrorlash mumkin, deb hisoblanadi [1].

Hodisalar algebrasi. Elementar hodisalar fazosi cheksiz bo'lgan umumiy holda biz barcha hodisalarni qarash o'rniga, hodisalarning algebralari yoki σ -algebralari deb ataluvchi ba'zi sinflarinigina qaraymiz. Shunday qilib, elementar hodisalar fazosi Ω ixtiyoriy to'plamdan iborat va A esa Ω to'plamning qism to'plamlaridan tashkil topgan birorta sistema bo'lsin.

Hodisa - bu tajriba natijasi sifatida yuzaga keladigan voqea. Hodisalar quyidagi turlarga bo'linadi:

- Oddiy hodisalar: Biror bir natija bilan bog'liq.
 - Murakkab hodisalar: Bir nechta natijalardan tashkil topgan.
- 1-ta'rif. A σ algebraning elementlariga hodisa deyiladi.

Masalan: 1) bir turdagi asboblarning sifatini tekshirish tajriba yoki sinash hisoblanadi. Tekshirish natijasida asboblarning yaroqsiz yoki yaroqli bo'lishi hodisani tashkil qiladi; 2) lotoreyada yutuq chiqishini tekshirish-sinash, yutuq chiqishi yoki chiqmasligi esa hodisa bo'ladi; 3) tangani tashlash-tajriba, raqam yoki gerb tomoni bilan tushishi hodisadir [2].

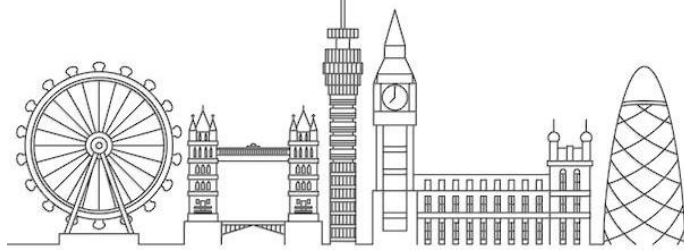
Hodisalar 3 turga bo'linadi:

- 1) muqarrar (ishonchli) hodisa;
- 2) mumkin bo'lmagan (ishonchsiz) hodisa;
- 3) tasodifiy hodisalar.

Hodisalar, odatda, lotin alifbosining bosh harflari $A, B, C, \dots$ lar bilan belgilanadi. Tajribaning har qanday natijasi elementar hodisa deyiladi va ω orqali belgilanadi.

Tajriba natijasida ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha elementar hodisalar to'plami elementar hodisalar fazosi deyiladi va Ω orqali belgilanadi.

1-misol. Tajriba nomerlangan kub(o'yin soqqasi)ni tashlashdan iborat bo'lsin. U holda tajriba 6 elementar hodisadan hodisalar $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$ lardan iborat bo'ladi.





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

hodisa tajriba natijasida i ($i=1,2,3,4,5,6$) ochko tushishini bildiradi. Bunda elementar hodisalar fazosi: $\Omega=(1,2,3,4,5,6)$.

2-ta'rif. Har bir tajribada albatta ro'y beradigan hodisaga muqarrar hodisa deyiladi. Elementar hodisalar fazosi muqarrar hodisaga misol bo'la oladi.

Masalan: 1) bahor faslidan keyin yoz fasli kelishi; 2) yuqoriga otilgan tosh yerga qaytib tushishi; 3) normal sharoitda temperaturasi -50° bo'lgan suvning muz holatda bo'lishidan iborat hodisalar muqarrar hodisalaridir.

3-ta'rif. Tajriba natijasida umuman (biror marta ham) ro'y bermaydigan hodisaga mumkin bo'lmagan hodisa deyiladi [3]. U $\emptyset$ orqali belgilanadi.

Masalan: 1) o'yin soqqasi tashlanganda 7 raqam tushish hodisasi; 2) normal sharoitda temperaturasi 40° bo'lgan suvning muz holatda bo'lishidan iborat hodisalar mumkin bo'lmagan hodisalaridir.

1-misolda keltirilgan tajriba uchun quyidagi hodisalarni kiritamiz:

A =(5 raqam tushishi);

B =[juft raqam tushishi];

C =(7 raqam tushishi);

D =(butun raqam tushishi);

Bu yerda A va B hodisalar tasodifiy, C hodisa mumkin bo'lmagan va D hodisa muqarrar hodisalar bo'ladi.

4-ta'rif. Tajriba natijasida ro'y berishi ham ro'y bermasligi ham mumkin bo'lgan hodisalar tasodifiy hodisalar deyiladi.

Masalan: 1) tanga tashlaganda gerbli tomoni tushishi; 2) o'yin soqqasi tashlanganda juft ochko tushishi; 3) yangi tu'g'ilgan chaqaloqning o'g'il bola bo'lishidan iborat hodisalar tasodifiy hodisalaridir.

Odatda muqarrar hodisa Ω harfi bilan, mumkin bo'lmagan hodisa esa $\emptyset$ bilan belgilanadi.

Tasodifiy tajribaning har qanday natijasi elementar hodisa deyiladi. Tajriba natijasida ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha elementar hodisalardan tashkil topgan to'plamni biz elementar hodisalar fazosi yoki tanlanma fazo deb ataymiz va Ω orqali belgilaymiz, har bir elementar hodisani esa ω , ($\omega \in \Omega$) orqali belgilaymiz.

2-misol. Tangani bir marta tashlashdan iborat tajriba natijasi ikkita elementar hodisadan: ω_1 tanganing gerbli tomoni tushishi hodisasi (G) va ω_2 tanganing raqamli tomoni tushishi hodisasidan (R) iborat bo'ladi. Bu holda elementar hodisalar to'plami $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\} = \{G, R\}$ bo'ladi.

Shuningdek tangani ikki marta tashlashdan iborat tajribani qaraganimizda natija quyidagicha bo'ladi: GG, RG, GR, RR -elementar hodisalar bo'lib, ularning to'plami $\Omega = \{GG; GR; RG; RR\}$ bo'ladi.

Ehtimollik tushunchasi

Ehtimollik - bu hodisaning sodir bo'lishi mumkinligini ifodalovchi raqam. Ehtimollik har doim 0 dan 1 gacha bo'ladi:





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

- Ehtimollik 0 - hodisa sodir bo'lmaydi.
- Ehtimollik 1 - hodisa mutlaqo sodir bo'ladi.
- Ehtimollik 0.5 - hodisa sodir bo'lish ehtimoli teng.

Ehtimollikni hisoblashning asosiy formulasi:

$$P(A) = n(A) / n(S)$$

Bu yerda $P(A)$ hodisaning ehtimolligi, $n(A)$ - A hodisasining mumkin bo'lgan natijalari soni, $n(S)$ - barcha mumkin bo'lgan natijalar soni.

Elementar hodisalarga ajratish mumkin bo'lgan hodisalar murakkab hodisalar deb ataladi.

A hodisaga teskari (qarama-qarshi) $\bar{A}$ hodisa deb, A hodisa ro'y bermaganda va faqat shundagina bajariladigan hodisaga aytiladi.

A va B hodisalarning yig'indisi $A + B$ (yoki $A \cup B$) deb, A yoki B hodisalar, yoki ikkalasi ham bajarilganda va faqat shundagina bajariladigan hodisaga aytiladi. $A + \bar{A}$ muqarrar hodisa ekanligi o'z-o'zidan ayon.

A va B hodisalarning ko'paytmasi AB (yoki $A \cap B$) deb, A va B hodisalar birgalikda bajarilganda va faqat shundagina bajariladigan hodisaga aytamiz. $A\bar{A} = \emptyset$ mumkin bo'lmagan hodisa ekanligi ravshan.

Agar $AB = \emptyset$ bo'lsa, A va B hodisalar birgalikda bo'lmagan (yoki birgalikda bajarilmaydigan hodisalar deyiladi.

A va B hodisalarning $A \setminus B$ ayirmasi deb, A hodisa bajarilib, B hodisa bajarilmaganda va faqat shundagina bajariladigan hodisaga aytiladi.

Agar A hodisaning ro'y berishidan B hodisaning ham ro'y berishi kelib chiqsa, u holda A hodisa B hodisani ergashtiradi deymiz.

Hodisaning ehtimoli

Hodisaning ehtimoli — hodisaning sodir bo'lish darajasini son jihatdan ifodalovchi kattalik. Agar tajriba natijasida n ta mumkin bo'lgan natija mavjud bo'lib, ulardan m tasi hodisaga mos kelsa, u holda hodisaning ehtimoli quyidagicha aniqlanadi:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Bu yerda:

m — foydali natijalar soni,

n — barcha mumkin bo'lgan natijalar soni.

Ehtimol $0 \leq P(A) \leq 1$ oraliqda yotadi. Agar $P(A)=1$ bo'lsa, hodisa muqarrar; $P(A)=0$ bo'lsa, hodisa mumkin emas.

Ehtimollar nazariyasida hodisalar ustida quyidagi amallar bajariladi:

Birgalikda sodir bo'lish ($A \cap B$) – ikkala hodisaning bir vaqtda sodir bo'lishi;

Kamida bittasining sodir bo'lishi ($A \cup B$) – hodisalardan kamida biri sodir bo'lishi;

Hodisaning sodir bo'lmasligi ($\bar{A}$) – hodisaning aksi.

Bu amallar algebraik qonuniyatlarga asoslanib, to'plamlar nazariyasi bilan uzviy bog'liqdir.





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

Ikki hodisa bog'liqsiz (mustaqil) deyiladi, agar bir hodisaning sodir bo'lishi ikkinchisining sodir bo'lishiga ta'sir ko'rsatmasa. Boshqacha aytganda, A va B hodisalar mustaqil bo'lishi uchun quyidagi tenglik bajarilishi kerak:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Agar bu tenglik bajarilsa, hodisalar mustaqil; agar bajarilmasa — bog'liq hodisalardir.

Masalan, zar tashlash va tanga tashlash natijalari bir-biriga ta'sir qilmaydi, demak ular mustaqil hodisalardir. Ammo bir zarni ikki marta tashlashda "birinchi tashlashda juft son chiqdi" va "ikkinchi tashlashda 4 chiqdi" hodisalari o'zaro bog'liq bo'lishi mumkin.

Ehtimollar nazariyasi va hodisalar mustaqilligi masalalari iqtisodiyot, tibbiyot, texnika, fizika va informatika kabi sohalarda keng qo'llaniladi. Masalan, ishlab chiqarishdagi xatoliklar ehtimolini aniqlash, axborot tizimlaridagi nosozliklarni tahlil qilish, moliyaviy xavf darajasini baholashda hodisalar ehtimoli va bog'liqsizlik tushunchalari muhim rol o'ynaydi.

Xulosa. Ehtimollar nazariyasida tasodifiy hodisalar va tasodifiy miqdorlarning bog'liq yoki bog'liqmasligini bilish muhimdir. Chunki hodisalar va tasodifiy miqdorlar uchun ko'pgina xossalar bog'liq yoki bog'liqmasligiga ko'ra turlicha bo'ladi. Ya'ni bog'liq hodisalar va bog'liq tasodifiy miqdorlar uchun o'rinli bo'lgan ba'zi xossalar bog'liqmas hodisalar va bog'liqmas tasodifiy miqdorlar uchun o'rinli bo'lmaydi va aksincha. Shuning uchun tasodifiy hodisalar va tasodifiy miqdorlarning bog'liq yoki bog'liqmasligini bilish muhimdir.

Hodisa va uning ehtimolini o'rganish ehtimollar nazariyasining markaziy masalalaridan biridir. Hodisalarning bog'liqsizligi murakkab jarayonlarni soddalashtirish, ularni modellashtirish va tahlil qilish imkonini beradi. Bu tushunchalar nafaqat nazariy ahamiyatga ega, balki real hayotdagi muammolarni hal etishda ham qo'llaniladi. Algebra fanining ehtimollar nazariyasi bilan uzviy bog'liqligi bu mavzuni o'rganishni yanada dolzarb qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.A.Abdushukurov, T.A.Azlarov, A.A.Djamirzaev: «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan misol va masalalar to'plami», Toshkent, «Universitet» 2004 y.
2. A.Abdushukurov, T.Zuparov. "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" Darslik. Tafakkur Bo'stoni. Toshkent, 2015.
3. T.Zuparov, «Ehtimollar nazariyasidan masalalar to'plami» O'quv qo'llanma. Toshkent, O'zMU. 2021.
4. J.I.Abdullayev, O'.N.Quljonov, «Ehtimollar nazariyasidan masalalar to'plami>>> O'quv qo'llanma. Samarqand, 2021.
5. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука, 1999.





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC
SOLUTIONS

6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.
М.: Высшая школа, 2003.

7. Maxmudova D.M., Xanimkulov B.R. Usmonov B.Z. Ehtimollar nazariyasi. O'quv
qo'llanma "Universitet" nashriyoti. 2022.5 b.

