



**AKADEMIK LITSEY VA KASB-HUNAR KOLLEJLARIDA
“TEKISLIKDA SIMMETRIYA” MAVZUSINI O’RGANISH HAQIDA**

Bobomurodova Lola

Saparova G.Ye.

Raximova Feruza

NavDU akademik litsey o’qituvchlari

Annotatsiya: Mazkur maqolada akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida “Tekislikda simmetriya” mavzusini o’qitishning nazariy va amaliy jihatlarini tahlil qilinadi. Geometriyaning ushbu bo’limi o’quvchilarning fazoviy tafakkurini rivojlantirishda, mantiqiy va ijodiy fikrlash ko’nikmalarini shakllantirishda muhim ahamiyatga ega. Mavzuni o’rgatishda innovatsion pedagogik texnologiyalar, vizualizatsiya usullari, interfaol ta’lim metodlari va raqamli vositalardan foydalanish imkoniyatlari ko’rib chiqiladi. Shuningdek, mavzuni chuqur o’zlashtirish uchun amaliy mashg’ulotlar, tajribaviy topshiriqlar va dasturiy vositalar bilan ishlashning samaradorligi baholanadi. Tadqiqot natijalari o’quvchilarning geometriyaga bo’lgan qiziqishini oshirish va ularning nazariy bilimlarini amaliyotga tatbiq etish imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qiladi.

Kalit so’zlar: Tekislikda simmetriya, akademik litsey, kasb-hunar kolleji, geometriya ta’limi, fazoviy tafakkur, interfaol metodlar, pedagogik texnologiyalar, vizualizatsiya, amaliy mashg’ulotlar, raqamli ta’lim vositalari.

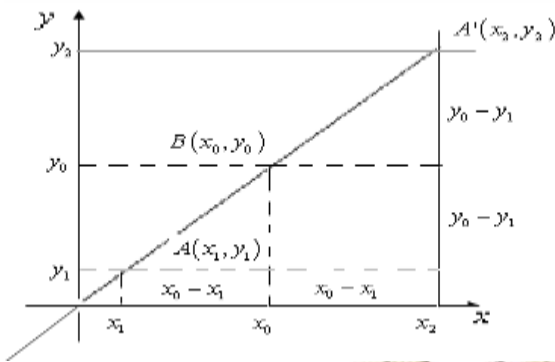
I. Nuqtaga nisbatan simmetriya

Bizga biror α tekislik berilgan bo’lsin. O – shu tekislikdagi biror tayin nuqta va X - tekislikning ixtiyoriy nuqtasi bo’lsin. OX kesmani to’g’ri chiziqli sifatida davom ettirib, bu to’g’ri chiziqli shunday X' nuqtani olaylikki, bunda $OX = OX'$ tenglik o’rinli bo’lsin. X' nuqta X nuqtaning O nuqtaga nisbatan simmetrik nuqtasi deyiladi. Tekislikdagi barcha nuqtalarni unda berilgan biror tayin nuqtaga nisbatan simmetrik ko’chirish mumkin. Quyidagi holatlarni ko’rib chiqaylik:

1. Nuqtani nuqtaga nisbatan simmetrik ko’chirish.

Oxy koordinatalar sistemasida biror $A(x_1; y_1)$ nuqtani $B(x_0; y_0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko’chirganda qanday nuqta hosil bo’lishi haqida o’ylab ko’raylik. Berilgan $A(x_1; y_1)$ va $B(x_0; y_0)$ nuqtalarni 1-rasmda tasvirlangandek joylashtirib, shu nuqtalardan o’tuvchi to’g’ri chiziqli hosil qilaylik.





1-rasm

Hosil bo'lgan AB to'g'ri chiziqda shunday $A'(x_2; y_2)$ nuqta olaylikki, unda $AB = BA'$ bo'lsin. 1-rasmdan ko'rinib turibdiki, $A(x_1; y_1)$ nuqtadan $A'(x_2; y_2)$ nuqtaga yetib borish uchun. $A(x_1; y_1)$ nuqtani $2(x_0 - x_1)$ birlik o'ngga va $2(y_0 - y_1)$ birlik yuqoriga ko'tarish kerak bo'ladi. Natijada $A'(x_2; y_2)$ nuqtaning koordinatalari

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + 2(x_0 - x_1) \\ y_2 = y_1 + 2(y_0 - y_1) \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = x_1 + 2x_0 - 2x_1 \\ y_2 = y_1 + 2y_0 - 2y_1 \end{cases} \quad (1)$$

orqali aniqlanadi..

1-misol. $A(-2; 1)$ nuqtani $B(-5; -8)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chiring?

Yechish: $x_1 = -2, y_1 = 1$ va $x_0 = -5, y_0 = -8$

$$x_2 = 2x_0 - x_1 = 2 \cdot (-5) - (-2) = -10 + 2 = -8$$

$$y_2 = 2y_0 - y_1 = 2 \cdot (-8) - 1 = -16 - 1 = -17.$$

Demak, $A(-2; 1)$ nuqtani $B(-5; -8)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirganda $A'(-8; -17)$ nuqtaga hosil bo'ladi.

Yuqoridagi (1) almashtirish Oxy tekisligidagi ixtiyoriy $A(x_1; y_1)$ nuqtani $B(x_0; y_0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirganda $A'(x_2; y_2)$ nuqta hosil bo'lishini bildiradi.

2. To'g'ri chiziqni nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirish.

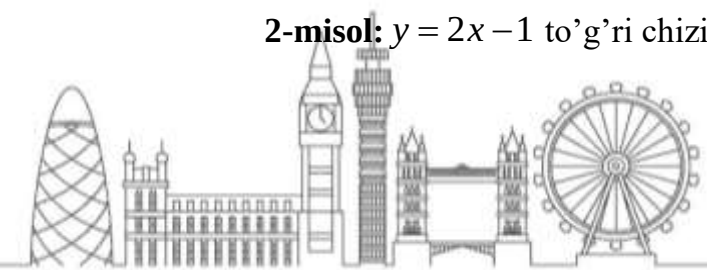
Ixtiyoriy $y = kx + b$ to'g'ri chiziqni $B(x_0; y_0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirish uchun (1) almashtirishdan foydalanish kifoya, ya'ni

$$2y_0 - y = k(2x_0 - x) + b; \quad 2y_0 - y = 2x_0k - kx + b$$

$$y = kx + 2y_0 - 2kx_0 - b. \quad (2)$$

Natijada ixtiyoriy $y = kx + b$ to'g'ri chiziqni biror $B(x_0; y_0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirilganda (2) ko'rinishdagi to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

2-misol: $y = 2x - 1$ to'g'ri chiziqni $A(4; 3)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chiring?





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

Yechish: $k = 2$, $b = -1$, $x_0 = 4$, $y_0 = 3$

$$y = kx + 2y_0 - 2kx_0 - b = 2x + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 2 \cdot 4 - (-1) = 2x - 9.$$

Demak, $y = 2x - 1$ to'g'ri chiziqni $A(4;3)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirganda $y = 2x - 9$ to'g'ri chiziq hosil bo'lar ekan.

3. Ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani biror $B(x_0; y_0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirish.

Yuqoridagi ikkita holatdan ma'lum bo'ldiki, Oxy tekislikda berilgan ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani biror $B(x_0; y_0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirish mumkin. Buning uchun ham (1) almashtirishni bajaraylik,

$$\begin{aligned} 2y_0 - y &= f(2x_0 - x) \\ y &= -f(2x_0 - x) + 2y_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Shunday qilib, ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani biror $B(x_0; y_0)$ nuqtaga nisbatan simmetrik ko'chirilganda (3) ko'rinishdagi funksiya hosil bo'ladi.

3-misol: $y = x^2 + 1$ parabolani $A(-2; -3)$ ga nisbatan simmetrik ko'chiring?

Yechish: $y = -f(2x_0 - x) + 2y_0 \Rightarrow y = -f(-4 - x) - 6 \Rightarrow$

$$y = -((-4 - x)^2 + 1) - 6 \Rightarrow y = -(16 - 8x + x^2 + 1) - 6 \Rightarrow y = -x^2 - 8x - 23$$

funksiya hosil bo'ladi. Bunda : $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2} = -4$, $y_0 = -7$.

II. To'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirish.

1. Nuqtani to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirish.

Biror α tekislikda qandaydir a tog'ri chiziq berilgan bo'lsin. a tog'ri chiziqda yotmaydigan nuqtani shu a tog'ri chiziq nisbatan simmetrik ko'chirish masalasini o'rganaylik. Ko'rsatish qiyin emaski, $A(x_0; y_0)$ nuqtani Ox o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_1(x_0; -y_0)$ nuqta, Oy o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_2(-x_0; y_0)$ nuqta va koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik ko'chirganda esa $A_3(-x_0; -y_0)$ nuqta hosil bo'ladi.

Masalan, $A(-4, 3)$ nuqtani

- 1) Ox o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_1(-4, -3)$;
- 2) Oy o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_2(4, 3)$;
- 3) koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_3(4, -3)$ hosil bo'ladi.

Endi ixtiyoriy $A(x_0; y_0)$ nuqtani $ax + by = c$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirishni o'rganaylik. Quyidagi ayrim xususiy xollarini ko'rib chiqaylik:





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

1. $a = 0, b = 1$ bo'lsin. Bu holda $A(x_0; y_0)$ nuqtani Ox o'qiga parallel bo'lgan $y = c$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirish kerak bo'ladi. Buning uchun A nuqtadagi y_0 ni $2c - y_0$ bilan almashtirish zarur. Natijada $A(x_0; y_0)$ nuqtani $y = c$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_4(x_0, 2c - y_0)$ nuqta hosil bo'ladi.

4-misol: $A(2, -1)$ nuqtani $y = -3$ ga nisbatan simmetrik ko'chiring.

Yechish: $x_0 = 2, y_0 = -1, c = -3 \Rightarrow A_4(2, 2 \cdot (-3) + 1) = A_4(2, -5)$.

Demak, $A(2, -1)$ nuqtani $y = -3$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirsak $A_4(2, -5)$ nuqta hosil bo'ladi.

Izox: Yuqoridagi holatda $c = 0$ bo'lsa, A nuqtani Ox o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirish qoidasi hosil bo'ladi.

2. $a = 1, b = 0$ bo'lsin. Mazkur holatda $A(x_0; y_0)$ nuqtani Oy o'qiga parallel bo'lgan $x = c$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirish zarur bo'ladi. Shu maqsadda A nuqtadagi x_0 ni $2c - x_0$ bilan aniqlashtiramiz. Natijada $A(x_0; y_0)$ nuqtani $x = c$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_5(2c - x_0, y_0)$ nuqta hosil bo'ladi.

5-misol: Oxy dekart koordinatalar tekisligida berilgan $A(-3, -2)$ nuqtani $x = 1$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chiring.

Yechish: $x_0 = -3, y_0 = -2, c = 1 \Rightarrow A_5(2 \cdot 1 - (-3), -2) = A_5(5, -2)$.

Demak, $A(-3, -2)$ nuqtani $x = 1$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_5(5, -2)$ nuqta paydo bo'ladi.

Izox. Ushbu holatda $c = 0$ bolsa, A nuqtani Oy o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirish qoidasi kelib chiqadi.

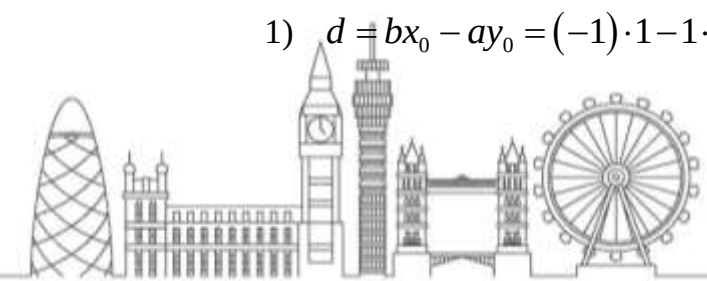
3. $a \cdot b \neq 0$ bo'lsin. Bu holatda ixtiyoriy $A(x; y)$ nuqtani ixtiyoroy $ax + by = c$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirish o'rganiladi. Taqqiqotlar shuni ko'rsatadiki, $A(x_0; y_0)$ nuqtani $ax + by + c = 0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirilganda $A_6(\tilde{x}; \tilde{y})$ nuqtaga o'tadi: $\tilde{x} = 2\alpha - x_0; \tilde{y} = 2\beta - y_0$,

$$\text{bu yerda } \alpha = \frac{bd - ac}{a^2 + b^2}, \quad \beta = -\frac{ad + bc}{a^2 + b^2}, \quad d = bx_0 - ay_0.$$

6-misol: Berilgan $A(1, -2)$ nuqtani $x - y + 3 = 0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirish.

Yechish: $x_0 = 1, y_0 = -2, a = 1, b = -1, c = 3$ lar berilgan. Demak,

1) $d = bx_0 - ay_0 = (-1) \cdot 1 - 1 \cdot (-2) = 1;$





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC SOLUTIONS

$$2) \quad \alpha = \frac{bd - ac}{a^2 + b^2} = \frac{(-1) \cdot 1 - 1 \cdot 3}{1^2 + (-1)^2} = \frac{-4}{2} = -2;$$

$$3) \quad \beta = -\frac{ad + bc}{a^2 + b^2} = -\frac{1 \cdot 1 + (-1) \cdot 3}{1^2 + (-1)^2} = -\frac{-2}{2} = 1;$$

$$4) \quad \tilde{x} = 2\alpha - x_0 = 2 \cdot (-2) - 1 = -5; \quad \tilde{y} = 2\beta - y_0 = 2 \cdot 1 - (-2) = 4.$$

Shunday qilib, $A(1, -2)$ nuqtani $x - y + 3 = 0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirganda $A_6(-5, 4)$ nuqta hosil bo'ladi.

2. To'g'ri chiziqni to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirish.

Quyidagi bir nechta holatni ko'rib chiqaylik:

1) $ax + by + c = 0$ to'g'ri chiziqni Ox o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirilganda $ax - by + c = 0$ to'g'ri chiziq hosil bo'ladi. Xususiyl holda $y = kx + b$ to'g'ri chiziqni Ox o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirsak $y = -kx - b$ to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

Xulosa: Ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani Ox o'qqa nisbatan simmetrik ko'chirilganda $y = -f(x)$ funksiya hosil bo'ladi.

2) $ax + by + c = 0$ to'g'ri chiziqni Oy o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirilganda $-ax + by + c = 0$ to'g'ri chiziq hosil bo'ladi. $y = kx + b$ to'g'ri chiziqni Oy o'qiga nisbatan simmetrik ko'chirsak $y = -kx + b$ to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

Xulosa: Ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani Oy o'qqa nisbatan simmetrik ko'chirilganda $y = f(-x)$ funksiya hosil bo'ladi.

3) $ax + by + c = 0$ to'g'ri chiziqni koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik ko'chirganda $-ax - by + c = 0$ to'g'ri chiziq hosil bo'ladi. Xususan, $y = kx + b$ to'g'ri chiziqni koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik ko'chirganda $y = kx - b$ to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

Xulosa: Ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik ko'chirganda $-y = f(-x)$ funksiya hosil bo'ladi.

2. Ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani $y = m$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirganda $2m - y = f(x)$ funksiya hosil bo'ladi.

3. Ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani $x = n$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirganda $y = f(2n - x)$ funksiya hosil bo'ladi.

Xulosa: Ixtiyoriy $y = f(x)$ funksiyani $y = x$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik ko'chirganda $x = f(y)$ funksiya hosil bo'lar ekan.





MODERN PROBLEMS IN EDUCATION AND THEIR SCIENTIFIC
SOLUTIONS

Natija: $y = f(x)$ funksiyani $y = kx + b$ to'g'ri chiziqqa nisbatan
simmetrik ko'chirilganda $kx + b = f\left(\frac{y-b}{k}\right)$ funksiya hosil bo'ladi.

ADABIYOTLAR:

1. Zaitov A., Hamrayeva R., Abdiyev B., Sagidullayev K., Rahmonov, B.Urinbayeva U. Algebra va analiz asoslari./Darslik 10 sinf uchun. –Toshkent: 2022 y.
2. Зайтова А., Хамраева Р., Абдиев Б., Сагидуллаев К., Рахмонов У., Уринбаев Б. Алгебра и начала анализа. /Учебник для 10 классов. – Тошкент: 2022 г.
3. Mirzaaxmedov M.A., Ismoilov Sh.N., Amanov A.K.Haydarov B.K. Matematika. /Darslik akademik litseylar va 11 sinf uchun.1-qism. –Toshkent: 2018 y.
4. Mirzaaxmedov M.A., Ismoilov Sh.N., Amanov A.K.Haydarov B.K. Matematika. /Darslik akademik litseylar va 11 sinf uchun. 2-qism. –Toshkent: 2018 y.
5. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A., Nosirov U.M., HusanovJ.H. Algebra va matematikanaliz asoslari. I qism. /Darslik akademik litseylar uchun. –Toshkent: 2008y
6. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A.,Nosirov U.M.,HusanovJ.H. Algebra va matematikanaliz asoslari. II qism. /Darslik akademik litseylar uchun. –Toshkent: 2008y

