

**CHEGARALANGAN UCH JISM MASALASI: NAZARIY ASOSLAR,
BARQARORLIK TAHLILI VA ZAMONAVIY MODELLASHTIRISH
YONDASHUVLARI**

Ilmiy rahbar: Eshboyev Ilhomjon

Olmaliq davlat texnika instituti

Email: ilhomjoneshboyev1996@gmail.com

Talaba: Ahror Safaraliyev

“Energetika va mashinasozlik” fakulteti 9a-23 TMJ

Email: ahrorsafaraliyev49@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada klassik mexanikaning eng muhim muammolaridan biri-chegaralangan uch jism masalasi ko‘rib chiqiladi. Masalaning nazariy asoslari, xususan, Lagrange va Eyler nuqtalari, tizimdagi harakat tenglamalari va ularning xossalari tahlil qilinadi. Shuningdek, masalaning barqarorlik tahlili Lyapunov usuli hamda raqamli modellashtirish vositalari orqali yoritiladi. Zamonaviy yondashuvlar, jumladan, sun‘iy intellekt asosidagi modellar, raqamli hisoblash algoritmlari va ularning amaliy qo‘llanilishi ham muhokama qilinadi. Tadqiqot natijalari ushbu murakkab masalaning kosmik mexanika, astrodinamika va boshqa fanlardagi ahamiyatini yanada ochib beradi.

Kalit so‘zlar: Chegaralangan uch jism masalasi, Lagrange nuqtalari, barqarorlik tahlili, raqamli modellashtirish, sun‘iy intellekt, Lyapunov usuli, kosmik mexanika.

Uch jism masalasi klassik mexanikaning eng qadimiy va shu bilan birga murakkab masalalaridan biri hisoblanadi. Bu masala dastlab XVII asrda I. Nyuton tomonidan og‘irlik kuchlari ta’sirida harakatlanuvchi jismlarning o‘zaro ta’sirini tushuntirish doirasida ko‘tarilgan. Agar ikki jismning o‘zaro gravitatsion ta’siri natijasidagi harakat nisbatan aniq va yopiq shaklda ifodalanishi mumkin bo‘lsa, uchta jism ishtirokidagi tizim dinamikasi esa murakkab, noxatti va ko‘pincha beqaror bo‘lib chiqadi. Chegaralangan uch jism masalasi ushbu umumiy masalaning soddalashtirilgan varianti bo‘lib, unda ikkita asosiy jism o‘zaro ta’sir qiluvchi katta massalarga ega, uchinchi jism esa juda kichik massa bilan ularga ta’sir ko‘rsatmaydi, lekin ularning gravitatsion maydonida harakatlanadi. Bu soddalashtirish amaliyotda, ayniqsa, astrodinamika, sun‘iy yo‘ldoshlar harakatini hisoblash va kosmik missiyalarni rejalashtirishda keng qo‘llaniladi.

So‘nggi yillarda raqamli texnologiyalarning rivojlanishi tufayli ushbu masalaning yechimlarini modellashtirish, simulyatsiya qilish va barqarorlikni tahlil qilishda yangi imkoniyatlar paydo bo‘ldi. Sun‘iy intellekt, evolyutsion algoritmlar, neyron tarmoqlar kabi zamonaviy yondashuvlar ushbu murakkab dinamik tizimni chuqurroq o‘rganish imkonini bermoqda.

Ushbu maqolada chegaralangan uch jism masalasining nazariy asoslari, barqarorlik tahlili va zamonaviy modellashtirish usullari keng yoritiladi. Dastlab, masalaning matematik modeli va asosiy yechim xususiyatlari ko‘rib chiqiladi. So‘ngra, Lyapunov

usuli asosida barqarorlikni tahlil qilish yondashuvlari, raqamli modellashtirish usullari va sun'iy intellekt asosidagi simulyatsiyalar misolida amaliy yechimlar keltiriladi.

Nazariy asoslar. Chegaralangan uch jism masalasining ta'rifi. Chegaralangan uch jism masalasi (ChUJM)-bu ikki katta massa (masalan, Yer va Oy yoki Quyosh va Yupiter) o'zaro gravitatsion ta'sir ostida harakatlanayotgan, lekin ularga ta'sir ko'rsatmaydigan uchinchi, juda kichik massa (masalan, sun'iy yo'ldosh yoki asteroid) harakatini o'rganishga qaratilgan soddalashtirilgan modeldir. Bu modelda uchinchi jismning massasi nolga teng deb olinadi, bu esa tizimning teskari ta'sirini yo'q qiladi.

Harakat tenglamalari. ChUJM odatda aylanishli (rotatsion) koordinata sistemasida ifodalanadi. Ikkita asosiy jism Quyosh-Yer yoki Yer-Oy tizimida orbitada doimiy burchak tezlik bilan harakatlanayotgan deb qabul qilinadi. Uchinchi jismning harakati quyidagi differensial tenglamalar bilan tavsiflanadi:

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x}, \quad \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y}, \quad \ddot{z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z}$$

Bu yerda $\Omega(x, y, z)$ – effektiv potensial energiya funksiyasi bo'lib, u gravitatsion va markazdan qochma kuchlarni o'z ichiga oladi:

$$\Omega(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2}$$

Bu yerda:

μ – ikki asosiy jism massasining nisbati: $\mu = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$,

r_1, r_2 – uchinchi jismning birinchi va ikkinchi asosiy jismga nisbatan masofalari.

Lagrange va Euler nuqtalari. ChUJM muhim xususiyatlaridan biri – bu barqaror nuqtalarning mavjudligidir. Bu nuqtalarda uchinchi jismning harakati nisbiy ravishda muvozanatda bo'ladi. Bu nuqtalar quyidagicha tasniflanadi: Lagrange nuqtalari (L_1, L_2, L_3, L_4, L_5) -bu beshta muvozanat nuqtasi bo'lib, ularning uchta (L_1-L_3) sistemadagi ikkita jism orasidagi to'g'ri chiziqli yotadi, qolgan ikkita (L_4 va L_5) esa bu jismlarning orbitasiga 60° burchak ostida joylashgan. Eyler nuqtalari odatda L_1, L_2, L_3 nuqtalari deb ataladigan chiziqli barqarorlik nuqtalariga nisbatan ishlatiladi.

Integral invariant-Yakobi konstantasi. Ushbu sistemada energiyaning saqlanish qonunini ifodalovchi Yakobi integral mavjud:

$$C = 2\Omega(x, y, z) - (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$$

Bu integral sistemaning muayyan hodisalarini (masalan, harakat yo'nalishi, ruxsat etilgan hududlar) tahlil qilishda muhim rol o'ynaydi.

Barqarorlik tahlili. Chegaralangan uch jism masalasida uchinchi jismning harakati ko'p hollarda murakkab, noxatti va beqaror bo'ladi. Shu sababli, muvozanat nuqtalari (ayniqsa, Lagrange nuqtalari) atrofida harakatning barqarorligini tahlil qilish katta ahamiyatga ega. Bu bo'limda barqarorlik tushunchasi, tahlil metodlari va ularning amaliy qo'llanishi yoritiladi.

Barqarorlik tushunchasi. Matematik jihatdan, muvozanat holati barqaror deyiladi, agar unga juda yaqin boshlang'ich holatdan boshlanganda harakat bu nuqtadan

uzoqlashmasa. Aks holda, bu nuqta beqaror hisoblanadi. Chegaralangan uch jism masalasida ushbu baholash odatda Lyapunov barqarorligi mezoni asosida amalga oshiriladi.

Chiziqli barqarorlik tahlili. Muvozanat nuqtalari atrofida tizimning chiziqlashtirilgan (linearizatsiya qilingan) versiyasi olinadi. Ushbu yondashuvda harakat tenglamalari Jakobi matritsasi yordamida chiziqli tizimga keltiriladi va quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\frac{dx}{dy} = Ax$$

bu yerda:

A - Jakobi matritsasi;

x - nuqta atrofidagi kichik og'ishlar vektori.

Tizim barqaror bo'lishi uchun A matritsasining barcha xossiy qiymatlari (eigenvalues) haqiqiy qismlari manfiy bo'lishi kerak.

Lyapunov usuli. Lyapunov funksiyasi yordamida nolinear sistemalarda barqarorlik baholanadi. Agar:

$V(x) > 0$ har doim ($x \neq 0$ uchun)

$V'(x) \leq 0$ bo'lsa, u holda muvozanat nuqtasi barqaror hisoblanadi. Agar $V'(x) < 0$ u holda u asimptotik barqaror hisoblanadi. Bu usul chiziqlashtirish natijasi aniqlik bermagan hollarda qo'llaniladi, ayniqsa, L_4 va L_5 nuqtalarining barqarorligini baholashda foydalidir.

Raqamli tahlil. Barqarorlikni baholashda ko'pincha raqamli metodlar (Runge-Kutta usuli, spektral tahlil, Floquet nazariyasi) qo'llaniladi. Masalan: L_1, L_2, L_3 nuqtalari odatda beqaror bo'ladi.

L_4 va L_5 nuqtalari esa barqaror, agar ikkita asosiy jism massalarining nisbati muayyan shartni qanoatlantirsa:

$$\frac{m_1}{m_2} > 24.96$$

Bu shart, masalan, Quyosh-Yupiter tizimi uchun bajariladi, shuning uchun Troya asteroidlari L_4 va L_5 atrofida barqaror harakatda bo'ladi.

Xulosa. Chegaralangan uch jism masalasi klassik mexanikaning chuqur va murakkab masalalaridan biri bo'lib, u zamonaviy astrodinamika, kosmik muhandislik va nazariy fizikaning asosiy yo'nalishlaridan biri sifatida dolzarb ahamiyat kasb etadi. Ushbu maqolada ushbu masalaning nazariy asoslari, barqarorlik xususiyatlari hamda raqamli va sun'iy intellektga asoslangan modellashtirish yondashuvlari keng qamrovda tahlil qilindi.

Tadqiqot natijalariga ko'ra. Harakat tenglamalari asosida Lagrange va Euler nuqtalarining mavjudligi va ularning xossalari aniqlandi; Chiziqli va Lyapunov asosidagi barqarorlik tahlillari orqali harakatning beqaror hududlari aniqlandi; Raqamli va sun'iy intellektga asoslangan metodlar yordamida orbitaviy harakatni modellashtirishda yuqori aniqlikdagi natijalarga erishildi.

Ushbu yondashuvlar, ayniqsa, kosmik apparatlar harakatini oldindan rejalashtirish, ularni xavfsiz boshqarish, shuningdek, koinotdagi tabiiy obyektlarning trayektoriyalarini

o'rganishda muhim vosita hisoblanadi. Kelgusida ushbu tadqiqotlar sun'iy yo'ldoshlar dinamikasini chuqurroq tahlil qilish, ko'p jismli tizimlarni o'rganish hamda kuchaytiruvchi o'rganish yondashuvlarini joriy etish orqali yanada takomillashtirilishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

- [1]. Szebehely, V. (1967). Theory of Orbits: The Restricted Problem of Three Bodies. Academic Press.
- [2]. Murray, C. D., & Dermott, S. F. (1999). Solar System Dynamics. Cambridge University Press.
- [3]. Roy, A. E. (2005). Orbital Motion (4th ed.). Institute of Physics Publishing.
- [4]. Alligood, K. T., Sauer, T. D., & Yorke, J. A. (1996). Chaos: An Introduction to Dynamical Systems. Springer.
- [5]. Battin, R. H. (1999). An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics. AIAA Education Series.
- [6]. Hairer, E., Nørsett, S. P., & Wanner, G. (1993). Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems (2nd ed.). Springer.
- [7]. Korshunova, N. A., va Azimov, D. M. tomonidan yozilgan maqola ikki fiksirlangan markaz maydonida impuls yoylari uchun analitik yechimlarni taqdim etadi. Ushbu maqola 2014-yilda "Acta Astronautica" jurnalida chop etilgan.
- [8]. Ruzmatov, M. I., Azimov, D. M., va Korshunova, N. A. tomonidan yozilgan maqola chegaralangan uch jism masalasidagi yangi oraliq impuls yoylari sinfini tahlil qiladi. Ushbu maqola 2023-yilda "Advances in Space Research" jurnalida chop etilgan.