POLINOM INVARIANTLAR VA SIMMETRIK FUNKSIYALAR: SIMMETRIK GURUHLARNING ALGEBRAIK QO‘LLANILISHI

Hoshimov Muzaffar Musurmon o‘g‘li
Shahrisabz davlat pedagogika instituti Pedagogika fakulteti
Matematika yo‘nalishi 2-kurs talabasi.

Annotatsiya. *Ushbu maqolada polinom invariantlar va simmetrik funksiyalar tushunchalari algebraik nuqtayi nazardan ko‘rib chiqiladi. Simmetrik guruhlarning polinomlar halqasi ustida ta’siri aniqlanib, invariantlar halqasining tuzilishi va simmetrik funksiyalarning asosiy xossalari yoritiladi. Asosiy simmetrik teorema bayon qilinib, uning algebra va tenglamalar nazariyasidagi qo‘llanilishiga oid misollar keltiriladi.*

Kalit so‘zlar: *polinom invariantlar, simmetrik funksiyalar, simmetrik guruh, invariantlar halqasi, algebra*

Invariantlar nazariyasi abstrakt algebraning muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, guruhlarning algebraik obyektlar ustida ta’sirini o‘rganadi. Xususan, simmetrik guruhlarning polinomlar ustidagi ta’siri natijasida hosil bo‘ladigan invariantlar algebraik strukturalarni tushunishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu maqolada simmetrik guruhlar bilan bog‘liq polinom invariantlar va simmetrik funksiyalarning asosiy algebraik xossalari tahlil qilinadi.

Simmetrik guruh va uning polinomlarga ta’siri

Simmetrik guruh Sɲ— ta elementdan iborat to‘plamdagi barcha permutatsiyalar to‘plami bo‘lib, guruh amalini kompozitsiya tashkil etadi. K[x1,x2,.....,xn]Polinomlar halqasida Sɲ quyidagicha ta’sir qiladi:

$$\sigma \cdot f(x_1, \ldots, x_n) = f(x_{\sigma(1)}, \ldots, x_{\sigma(n)}).$$

Agar $f \in K[x_1, \ldots, x_n]$ polinom uchun har qanday $\sigma \in S_n$ da

$$\sigma \cdot f = f$$

$$K[x_1, \ldots, x_n]^{S_n}$$

1. Polinom invariantlar tushunchasi
2. Simmetrik funksiyalar va asosiy teorema

Simmetrik funksiyalarning muhim sinflari quyidagilardan iborat:

Elementar simmetrik funksiyalar

To‘liq simmetrik funksiyalar

Darajali yig‘indi funksiyalar

Asosiy simmetrik teorema. Har qanday simmetrik polinom elementar simmetrik funksiyalar orqali yagona tarzda ifodalanadi.

Bu teorema invariantlar halqasining algebraik tuzilishini aniqlab beradi va ko‘plab nazariy masalalarning yechimida asosiy rol o‘ynaydi.

3. Algebraik qo‘llanilishi

Polinom invariantlar va simmetrik funksiyalar quyidagi yo‘nalishlarda keng qo‘llaniladi:

Algebraik tenglamalar nazariyasida (Vieta formulalari)

Galois nazariyasida

Invariantlar halqalarini o‘rganishda

Algebraik geometriyada simmetriya masalalarida

Misol sifatida, ildizlar orqali berilgan tenglamalarning koeffitsiyentlari simmetrik funksiyalar orqali ifodalanishi Vieta formulalarida yaqqol namoyon bo‘ladi.

Misollar va hisoblashlar

Polinom:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

Elementar simmetrik polinomlar:

$$e_1 = x_1 + x_2 + x_3, \quad e_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

Yechim:

$$f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = e_1^2 - 2e_2$$

Bu simmetrik polinom elementar simmetrik polinomlar orqali ifodalangan.

Diskriminant invariantligi

Kvadrat polinom:

$$p(x) = x^2 + bx + c$$

Diskriminant:

$$\Delta = b^2 - 4c$$

Agar ildizlar va bo‘lsa, ular o‘rnini almashtirsak ham:

Qiymat o‘zgarmaydi → diskriminant invariant polinom hisoblanadi.

Simmetrik guruh S3 elementi: permutatsiya .

$$\sigma = (1\ 2\ 3).$$

Polinom:

Amal: permutatsiya σ orqali:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

$$f(x_{\sigma(1)}, x_{\sigma(2)}, x_{\sigma(3)}) = f(x_2, x_3, x_1) = x_2x_3 + x_2x_1 + x_3x_1 = f(x_1, x_2, x_3)$$

→ Polinom simmetrik va invariant hisoblanadi.

Kubik simmetrik polinom

Polinom:

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$$

Bu formula barcha simmetrik polinomlarni elementar simmetrik polinomlar orqali ifodalashga misol.

Polinomning guruh ostida invariantligi

Polinom:

→ Bu polinom ham invariant hisoblanadi.

$$h(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2 + x_3x_4$$

Permutatsiya $\sigma = (1\ 3)(2\ 4)$ orqali:

$$h(x_{\sigma(1)}, x_{\sigma(2)}, x_{\sigma(3)}, x_{\sigma(4)}) = x_3x_4 + x_1x_2 = h(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

Xulosa. Simmetrik guruhlarning polinomlar ustidagi ta'siri va undan kelib chiqadigan invariantlar algebraik jihatdan tahlil qilindi. Simmetrik funksiyalar invariantlar nazariyasining asosiy obyektlari bo'lib, ular algebra fanining turli bo'limlarida muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega ekanligi ko'rsatildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1.Ikromova, S. A. (2024). BASICS OF PSYCHOLOGICAL SERVICES. PEDAGOG, 7(5), 670-676.

2.Akbarovna, I. S. (2024). THE IMPORTANCE OF PEDAGOGICAL MANAGEMENT IN EDUCATION. PSIXOLOGIYA VA SOTSIOLOGIYA ILMIY JURNALI, 2(4), 40-46.

3.Akbarovna, I. S. (2024). PSIXOLOGIK XIZMAT ASOSLARI. PSIXOLOGIYA VA SOTSIOLOGIYA ILMIY JURNALI, 2(4), 54-60.

4. Akbarovna, I. S. (2024). STAGES OF PSYCHOLOGICAL CONSULTATION. PEDAGOG, 7(4), 328-334.

5. Yunusova D. Algebra va sonlar nazariyasi. Oliq o'quv yurtlari uchun o'quv qo'llanma. T.: «ILM ZIYO», 2009.-320 b.