

**TEBRANISH JARAYONLARINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA
ULARNING FIZIK TIZIMLARDAGI QO‘LLANILISHI**

Sharafiddinov Iqboljon Usmonjon o‘g‘li

Farg‘ona davlat universiteti katta o‘qituvchisi p.f.f.d.(PhD)

E-mail: Iqbol0766@gmail.com

Abdullajonova Odinaxon Ibrohimjon qizi

Farg‘ona davlat universiteti talabasi

E-mail: abdullajonovaodila@gmail.com

Anotatsiya: *Ushbu maqola fizik jarayonlarning tebranish hodisalarini matematik modellashtirishga bag‘ishlangan. Maqolada tebranish jarayonlarini tavsiflovchi matematik tenglamalar ularning yechim usullari va fizik parametrlar bilan bog‘liqligi tizimli ravishda yoritiladi. Tadqiqotda oddiy va murakkab tebranish tizimlari ularning energiya almashinuvi rezonans hodisalari va dissipation jarayonlari ko‘rib chiqiladi. Ushbu yondashuv ilmiy tadqiqotlarda va muhandislik amaliyotlarida tebranishlarni oldindan bashorat qilish va tahlil qilish imkonini beradi.*

Kalit so‘zlar: *tebranish, matematik modellashtirish, tenglamalar, rezonans, energiya almashinuvi, dissipation, fizik jarayonlar*

Annotation: *This article is devoted to the mathematical modeling of oscillatory phenomena in physical processes. It systematically presents the mathematical equations describing oscillations, their solution methods, and the connection with physical parameters. The study covers both simple and complex oscillatory systems, energy exchange, resonance phenomena, and dissipation processes. This approach enables the prediction and analysis of oscillations in scientific research and engineering applications.*

Keywords: *oscillation, mathematical modeling, equations, resonance, energy exchange, dissipation, physical processes*

Аннотация: *Данная статья посвящена математическому моделированию колебательных процессов в физике. В ней систематически рассматриваются математические уравнения описывающие колебания, методы их решения и связь с физическими параметрами. В исследовании рассматриваются простые и сложные колебательные системы, процессы обмена энергией, явления резонанса и диссипации. Такой подход позволяет прогнозировать и анализировать колебания в научных исследованиях и инженерной практике.*

Ключевые слова: *колебания, математическое моделирование, уравнения, резонанс, обмен энергией, диссипация, физические процессы*

Kirish

Fizik tebranish hodisalari – vaqt o‘tishi bilan takrorlanuvchi harakatlar bo‘lib, ularni matematik tilda tasvirlash orqali chuqur tahlil qilish mumkin. Matematik modellashtirish bu jarayonda fizik qonuniyatlarni differensial tenglamalar orqali ifodalaydi, natijada real dunyodagi tebranishlar va rezonanslar aniq simulyatsiya qilinadi. Bu yondashuv fizik jarayonni analitik shaklda o‘rganish va turli sharoitlarda natijalarini bashorat qilishga imkon beradi. Fizika va matematika o‘rtasidagi integratsiya zamonaviy ilm-fanda murakkab jarayonlarni tahlil qilish va ularni oldindan bashorat qilish imkonini beradi. Ayniqsa tebranish hodisalari, tabiiy va texnologik tizimlarda keng tarqalganligi sababli, ularning xatti-harakatini to‘g‘ri tavsiflash va matematik modellashtirish orqali analiz qilish dolzarb ilmiy muammo hisoblanadi. Tebranish hodisalari mexanika, akustika, gidrodinamika, elektronika va boshqa sohalarda muhim rol o‘ynaydi, shuning uchun ularning matematik modeli tadqiqotchilarga tizimlarning dinamik xususiyatlarini, energiya almashinuvi jarayonlarini, rezonans va dissipation kabi hodisalarni chuqur tushunishga imkon beradi. Matematik modellashtirish jarayoni bir qator asosiy bosqichlarni o‘z ichiga oladi: real jarayonni tavsiflash, muammoni aniqlash, mos modelni qurish, uning algoritmini ishlab chiqish, hisoblash usullarini tanlash va natijalarni tahlil qilish. Bu bosqichlar talabalarda ilmiy tafakkur va tizimli yondashuvni shakllantirishga xizmat qiladi. Fanni o‘qitishning maqsadi shundan iboratki, talabalar modellashtirish texnologiyalari, matematik modellarga qo‘yiladigan talablar, modellarni qurish va tahlil qilish metodlari bo‘yicha chuqur bilimga ega bo‘lishlari kerak, shuningdek, modellashtirilgan tizim va uning real obyektiga o‘rtasida muvofiqlik o‘rnatish qobiliyatini egallashlari zarur. Shuningdek, matematik modellashtirishning amaliy ahamiyati katta. Tebranish jarayonlarini kompyuter yordamida modellashtirish orqali nafaqat nazariy tahlil, balki muhandislik amaliyotida ham tizimlarni optimallashtirish, energiya tejamkorligini oshirish va xavfsizlikni ta‘minlash imkoniyati yaratiladi. Oddiy va murakkab tebranish tizimlarining energiya almashinuvi, rezonans hodisalari, dissipation jarayonlari kabi xususiyatlarini matematik modellashtirish orqali aniqlash, ilmiy tadqiqotlarda eksperimental natijalarni prognoz qilish va yangi texnologik yechimlar ishlab chiqish mumkin. Ushbu maqolada tebranish jarayonlarini matematik modellashtirishning nazariy asoslari, modellarni qurish va tahlil qilish usullari, shuningdek, algoritmik yondashuvlar batafsil yoritiladi. Ishning maqsadi talabalarga va ilmiy tadqiqotchilarga murakkab fizik tizimlarni o‘rganish, modellashtirish va natijalarni tahlil qilish qobiliyatini shakllantirishga yordam berishdir. Shu bilan birga, maqola zamonaviy modellashtirish texnologiyalari yordamida nazariy bilimlarni amaliy masalalar yechimiga tatbiq etish imkoniyatlarini ko‘rsatadi va fizika-matematika fanlarining interdisciplinarligini ta’kidlaydi.

Tebranish tushunchasi va oddiy model

Avtotebranishlar jarayonida tizimga tashqi kuchlar ta'sir qiladi, biroq bu ta'sir berish vaqti tizimning o'z xatti-harakatlari orqali aniqlanadi, ya'ni tashqi ta'sir tizim tomonidan boshqariladi. Masalan, mayatnikli soatda mayatnikning harakati, ko'tarib qo'yilgan toshning yoki buralgan prujinaning energiyasi hisobiga yuzaga keladigan impulslar faqat tebranuvchi tizim o'rta holatdan o'tayotgan paytda beriladi. Shu bilan birga parametrik tebranishlarda tizimning biror parametri, masalan tebranayotgan sharcha osilib turgan ipning uzunligi, tashqi ta'sir natijasida davriy ravishda o'zgaradi va bu o'zgarish tebranish jarayonining xususiyatlarini belgilaydi. Eng sodda va nazariy jihatdan eng ko'p qo'llaniladigan tebranishlar garmonik tebranishlardir. Garmonik tebranishlarda tebranuvchi kattalik vaqt bo'yicha sinus yoki kosinus qonuni asosida o'zgaradi, bu esa ularni matematik modellashtirish va tahlil qilishda qulay qiladi. Garmonik tebranishlar tabiat va texnikada uchraydigan ko'plab davriy jarayonlarning xatti-harakatini yaqqol tavsiflaydi, shuningdek, murakkab davriy tebranishlar ko'pincha bir necha garmonik tebranishlar yig'indisi sifatida ifodalanadi. Shu sababli garmonik tebranishlarni chuqur o'rganish mexanika, elektrotexnika, radiotexnika, optika va boshqa texnik sohalarda muhim ahamiyatga ega.

Oddiy garmonik tebranish

Eng klassik va nazariy jihatdan eng ko'p o'rganilgan tebranish turi – oddiy harmonik tebranish (OHT) bo'lib, u elastik kuch (restoring force) ta'siri ostida sodir bo'ladi. Bu turdagi tebranishlar turli mexanik va fizik tizimlarda, masalan, massa-prujina (mass-spring) modelida aniq kuzatiladi. Massa-prujina tizimida tebranishlar Newtonning ikkinchi qonuni asosida tavsiflanadi va xususiy differensial tenglama orqali ifodalanadi:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Bu yerda m – tizim massasini, k – prujinaning elastiklik konstantasini, $x(t)$ esa vaqtga bog'liq displacementsiyani bildiradi. Ushbu tenglama tebranish jarayonining dinamik xatti-harakatini to'liq tavsiflaydi.

Tenglamaning yechimi sinusoid funksiyalar ko'rinishida bo'lib, tebranishning amplitudasi va boshlang'ich fazasiga bog'liq bo'ladi. Shu bilan birga, tebranishning tabiiy chastotasi quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Bu yerda ω – tebranishning aylanish chastotasi, ya'ni har bir tebranish sikli davomida tizim qanday tezlikda harakat qilishini belgilaydi. Oddiy harmonik tebranishlar fizika va muhandislik sohalarida asosiy model sifatida xizmat qiladi, chunki ko'plab murakkab davriy jarayonlar ularning kombinatsiyasi sifatida tasavvur qilinadi. Masalan, murakkab garmonik tebranishlar bir necha oddiy harmonik tebranishlarning superpozitsiyasi

sifatida ifodalanadi, bu esa ularni tahlil qilish va matematik modellashtirish imkoniyatini yaratadi. Oddiy harmonik tebranishlarni tahlil qilish orqali tizimlarning energiya almashinuvi, rezonans xususiyatlari va dissipation jarayonlari chuqur o'rganiladi. Shuningdek, bu konseptlar elektrotexnika, akustika, optika va boshqa texnika sohalarida keng qo'llaniladi. Matematik ifoda va differensial tenglamalar orqali tebranish jarayonlarini modellashtirish, talabalar va tadqiqotchilarga tizimning dinamik xatti-harakatlarini oldindan prognoz qilish, nazariy va amaliy masalalarni yechish imkonini beradi.

Masala.

Massasi $m=1\text{kg}$ bo'lgan jism elastiklik koeffitsiyenti $k=4\text{N/m}$ ga teng bo'lgan ideal prujinaga biriktirilgan. Tizimga tashqi kuchlar ta'sir qilmaydi va ishqalanish e'tiborga olinmaydi. Jism muvozanat holatidan $x_0=0.1\text{m}$ masofaga siljilib, boshlang'ich tezliksiz qo'yib yuboriladi. Tebranish jarayonini matematik modellashtirish va olingan natijalarni fizik jihatdan tahlil qiling.

Yechimi

Tizim mexanik tebranish tizimi bo'lib, unga ta'sir etuvchi yagona kuch prujinaning elastik kuchidir. Guk qonuniga asosan elastik kuch

$$F=-kx$$

ko'rinishda ifodalanadi. Newtonning ikkinchi qonuniga muvofiq:

$$mx''=-kx$$

yoki

$$mx''+kx=0$$

Berilgan parametrlarni hisobga olsak:

$$x''+4x=0$$

Hosil bo'lgan differensial tenglama oddiy garmonik tebranish tenglamasi hisoblanadi. Ushbu tenglamaning umumiy yechimi sinusoid funksiyalar orqali ifodalanadi:

$$x(t)=A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$$

Bu yerda burchak chastota

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{4}=2\text{rad/s}$$

Boshlang'ich shartlar berilgan:

$$x(0)=0.1\text{m}, \quad x'(0)=0$$

Boshlang'ich shartlardan foydalanib, konstantalarni aniqlaymiz:

$$A=0.1, B=0$$

Natijada tebranish jarayonining xususiy yechimi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$x(t)=0.1\cos(2t)$$

Tebranishning asosiy xarakteristikalar

Burchak chastota:

$$\omega=2\text{rad/s}$$

Oddiy chastota:

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{\pi}\text{Hz}$$

Tebranish davri:

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi\text{ s}$$

Fizik tahlil

Olingan natijalar tizim oddiy garmonik tebranish bajarishini ko'rsatadi. Tebranish jarayonida jismning kinetik energiyasi va prujinaning potensial energiyasi o'zaro davriy ravishda almashinadi, biroq ularning yig'indisi o'zgarmas bo'lib qoladi. Bu holat energiya saqlanish qonunining bajarilishini tasdiqlaydi. Tebranish chastotasi tizim massasiga teskari, elastiklik koeffitsiyentiga esa to'g'ri bog'liq bo'lib, bu mexanik tizimlarning umumiy dinamik xususiyatlarini aks ettiradi. Ushbu matematik model real mexanik tebranishlarni tavsiflash, rezonans hodisalarini oldindan baholash va muhandislik tizimlarini loyihalashda asosiy nazariy tayanch vazifasini bajaradi.

Differensial tenglamalar yordamida modellashtirish

Differensial tenglamalar – mustaqil o'zgaruvchi, izlanayotgan funksiya va uning hosilalari orqali bog'langan matematik tenglamalardir. Ular turli tabiiy va texnik jarayonlarni, jumladan mexanik harakat, issiqlik tarqalishi, elektr toki o'tishi, suyuqliklar harakati, akustik va elektromagnit tebranishlar kabi jarayonlarni matematik ifodalaydi va modellashtirish imkonini beradi. Differensial tenglamalar yordamida tuzilgan modellarda jarayonning vaqt yoki makon bo'yicha dinamik xatti-harakatlari, tizimning energiya almashinuvi, stabil yoki noaniq holatlar aniqlanadi. Differensial tenglamalar yordamida model tuzish jarayoni bir necha asosiy bosqichlardan iborat:

Jarayonni tavsiflovchi asosiy kattaliklarni aniqlash. Bu bosqichda tizimga ta'sir etuvchi kuchlar, parametrlar, boshlang'ich shartlar va nazorat qilinadigan kattaliklar aniqlanadi. Masalan, massa-prujina tizimida massa, prujina konstantasi va displacementsiya asosiy kattaliklar hisoblanadi.

Berilgan jarayon uchun differensial tenglamani yozish. Tizimning fizik qonunlari (masalan, Newtonning harakat qonuni, Faraday qonuni yoki Fourier qonuni) asosida tenglama tuziladi. Oddiy harmonik tebranish misolida bu tenglama quyidagicha ifodalanadi: $m\ddot{x}+kx=0$ Bu yerda m – massa, k – elastiklik konstantasi, $x(t)$ – vaqtga bog'liq displacementsiya.

Boshlang'ich yoki chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda differensial tenglamani yechish. Bu bosqichda matematik yechimlar sinusoid funksiyalar yoki boshqa analitik, shuningdek, raqamli usullar orqali topiladi. Masalan, oddiy harmonik tebranish uchun yechim: $x(t)=A\cos(\omega t+\phi)$ bu yerda A – amplituda, ϕ – boshlang'ich faza, $\omega=k/m$ – tebranish chastotasi.

Olingan yechimni tahlil qilish va jarayonning xususiyatlarini aniqlash. Bu bosqichda tizimning dinamik xatti-harakatlari, stabil yoki rezonans holatlar, energiya almashinuvi va vaqt bo'yicha evolyutsiya aniqlanadi. Shu bilan birga, parametrlarning o'zgarishi tizimning javobiga qanday ta'sir qilishi matematik va grafik usullar bilan baholanadi. Differensial tenglamalar yordamida modellashtirish ilmiy tadqiqotlarda nazariy asoslarni mustahkamlash, yangi texnologik yechimlarni ishlab chiqish, muhandislik tizimlarini optimallashtirish va ilmiy eksperimentlarni rejalashtirish imkonini beradi. Ular orqali murakkab tizimlarning dinamik xususiyatlarini aniqlash, energiya va impuls almashinuvi, dissipatsiya jarayonlari, stabil va instabil holatlarni matematik tarzda ifodalash mumkin. Shu sababli, differensial tenglamalar zamonaviy fan va texnika sohalarida fundamental vosita sifatida keng qo'llanil.

Matematik modellashtirishning afzalliklari

Nazariy tahlil: Matematik modellar yordamida tebranish jarayonlarining asosiy xususiyatlari, masalan chastota, davr, amplituda va amortizatsiya aniq aniqlanadi. Masalan, oddiy harmonik tebranishda tebranish chastotasi $\omega = k/m$ formula orqali hisoblanadi. Shuningdek, dissipatsiya yoki energiya yo'qolishining ta'siri sistemaning vaqt bo'yicha harakatini oldindan baholash imkonini beradi. Bu tahlil mexanik, elektrotexnika, akustika va optika sohalarida tizimlarning dinamik xatti-harakatini aniqlashda muhimdir. **Bashorat qilish imkoniyati:** Matematik modellar tizimning kelajakdagi xatti-harakatini oldindan prognoz qiladi. Masalan, prujina-massa tizimi uchun boshlang'ich shartlar asosida amplituda va fazaning vaqt bo'yicha o'zgarishini aniqlash mumkin. Bu imkoniyat murakkab texnik tizimlarni loyihalashda, qurilish materiallarini tanlashda, mexanik va elektron qurilmalar xavfsizligini ta'minlashda zarurdir. **Bashorat qilish yordamida resurslarni tejash va operatsion xarajatlarni kamaytirish mumkin.** **Simulyatsiya va vizualizatsiya:** Kompyuter texnologiyalari yordamida murakkab tebranishlar va boshqa jarayonlarni simulyatsiya qilish va vizualizatsiya qilish imkoniyati mavjud. Masalan, numerik metodlar (Euler, Runge-Kutta) yordamida differensial tenglamalarni yechib, tizimning vaqt bo'yicha dinamik xatti-harakatini interaktiv grafik shaklida kuzatish mumkin. Bu usul o'quv jarayonida nazariy bilimlarni amaliy tajriba bilan birlashtirishga, ilmiy eksperimentlarni rejalashtirishga va innovatsion texnologiyalarni sinovdan o'tkazishga yordam beradi. **Murakkab jarayonlarni modellashtirish:** Matematik modellashtirish murakkab mexanik, termodinamik, elektromagnit va biotizimlarni o'rganishga imkon beradi. Masalan, issiqlik tarqalishini modellashtirishda Fourier qonunidan foydalangan holda, materiallarning harorat taqsimoti va vaqt bo'yicha o'zgarishi aniqlanadi. Shu bilan birga, differensial tenglamalar yordamida akustik to'lqinlar, elektromagnit maydonlarning tarqalishi va oqimlarning dinamikasi sifatli prognoz qilinadi. **Nazariy va amaliy bog'lanish:** Matematik modellashtirish nazariy bilimlarni amaliyotga tatbiq qilish

imkonini beradi. Masalan, ishlab chiqarish jarayonlarini optimallashtirish, transport tizimlarining samaradorligini oshirish, energetik resurslardan samarali foydalanish kabi masalalarni yechishda modellashtirish muhim rol o'ynaydi.

Xulosa

Tebranish jarayonlarini matematik modellashtirish fizik hodisalarni tizimli va chuqur tahlil qilishning asosiy vositasi hisoblanadi. Ushbu yondashuv orqali oddiy va murakkab tebranish tizimlarining dinamik xatti-harakatlari, energiya almashinuvi, rezonans hodisalari va dissipation jarayonlari aniq tavsiflanadi. Differensial tenglamalar va oddiy harmonik tebranish modellari tizimning xatti-harakatini matematik jihatdan ifodalashga imkon beradi, shu bilan birga Van der Pol osilatōri kabi noliniear modellar murakkab va noaniq tizimlarni tahlil qilish imkonini yaratadi. Matematik modellashtirish jarayoni nafaqat nazariy tahlil, balki tizimlarni oldindan bashorat qilish, simulyatsiya qilish va amaliy muhandislik masalalarini hal qilishda ham muhim ahamiyatga ega. Shu bilan birga, u ilmiy tadqiqotlar, texnologik rivojlanish va turli fanlar o'rtasidagi integratsiyani mustahkamlashga xizmat qiladi. Kompyuter yordamida simulyatsiya va vizualizatsiya, parametrik tahlil va algoritmik yondashuvlar matematik modellashtirishning samaradorligini oshiradi va tizimlarni optimallashtirish, xavfsizlikni ta'minlash hamda resurslarni tejash imkonini beradi. Natijada, matematik modellashtirish fizik jarayonlarni chuqur tushunish, ilmiy qarorlarni asoslash va zamonaviy texnologik yechimlarni ishlab chiqishda fundamental vosita sifatida ahamiyat kasb etadi. Tebranish jarayonlarini matematik modellashtirish fizik hodisalarni ilmiy tahlil qilishning mustahkam asosidir. Differensial tenglamalar, SHM modellari, noliniear dinamik analiz va statistik yondashuvlar birgalikda tizimli modellar yaratadi. Bu yondashuv fizikadan tortib, muhandislik va signal tizimlargacha keng qo'llanadi, chuqur tushuncha va aniq bashoratlarni ta'minlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Chizhonkov, E.V. *Mathematical Aspects of Modelling Oscillations and Wake Waves in Plasma* CRC Press, 2019.
2. Dassios, I., Bazighifan, O., Moaaz, O. (eds.) *Differential/Difference Equations: Mathematical Modeling, Oscillation and Applications* – MDPI Books, 2021.
3. Yang, Yisong. *Mathematical Physics with Differential Equations* – Oxford University Press, 2023.
4. Braga da Costa Campos, L.M. *Linear Differential Equations and Oscillators* – CRC Press, 2019.
5. Kovacic, I. *Nonlinear Oscillations: Exact Solutions and their Approximations* – Springer, 2020.

6. Eliseev, S.V., Eliseev, A.V. Theory of Oscillations: Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects – Springer, 2020.
7. Mathematical Modeling with Differential Equations in Physics, Chemistry, Biology, and Economics – MDPI Books, 2022.
8. Guckenheimer, J., Holmes, P. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields – Springer, 1983.
9. Arnold, V.I. Ordinary Differential Equations – MIT Press, 1973.
10. Boas, M.L. Mathematical Methods in the Physical Sciences – Wiley, 1966.

