

GRUPPALAR ALGEBRASINI KELTIRILMAS TASVIRLARI

Shodiyev Mirzobek Ubaydullo o'g'li

Buxoro davlat universiteti

Mirzobekshodiyev7@gmail.com

Anotatsiya: Mazkur tezis doirasida aynan chekli guruppalar tasvirlari ko'rib chiqilib, ular asosida tuzilgan guruh algebralari yarimsodda bo'lishi uchun qanday shartlar talab qilinishi qat'iy asoslab berilgan.

Kalit so'zlar: gruppalar, tasvir, invariant, fazo, kompleks.

G gruppaning biror $\rho: G \rightarrow GL(V)$ chiziqli tasviri berilgan bo'lsin. Agar $V \neq 0$ bo'lib, bu fazoning V va 0 dan tashqari G invariant qism fazolari mavjud bo'lmasa, ρ ga keltirilmas tasvir deyiladi. 1-Teorema ko'ra bu V ni $V = 0 \oplus V$ dan farqli to'g'ri yig'indi ko'rinishida ifodalab bo'lmazligini anglatadi. Ravshanki, darajasi 1 ga teng bo'lgan har qanday tasvir keltirilmas bo'ladi. Keyinchalik biz har qanday kommutativ bo'lmagan gruppalar kamida bitta darajasi $n \geq 2$ bo'lgan keltirilmas tasvirga ega bo'lishini ko'rsatamiz. Shuningdek, har qanday tasvirni keltirilmas tasvirlarning to'g'ri yig'indisi orqali hosil qilish mumkin. Aniqrog'i, quyidagi teorema o'rinli:

3.1.1-Teorema Har qanday tasvir keltirilmas tasvirlar yig'indisi orqali ifodalanadi.

Isbot. G gruppaning biror V tasvirini olaylik. V fazo o'lchami bo'yicha induksiya qo'llaymiz. Ravshanki, $\dim V = 0$ da teorema o'rinli (bunda keltirilmas tasvirlardan iborat to'plam bo'sh bo'lib, 0 esa ana shu tasvir to'g'ri yig'indisi deb qaraladi). Aytaylik $\dim V \geq 1$ bo'lsin. Agar V keltirilmas bo'lsa isbotga ehtiyoj yo'q. Aks holda, 1-Teorema ko'ra V ni $V' \oplus V''$ kabi ifodalash mumkin bo'lib, bunda $\dim V' < \dim V$ va $\dim V'' < \dim V$. U holda induksiya faraziga ko'ra V' va V'' tasvirlar keltirilmas tasvirlar to'g'ri yig'indisi orqali ifodalanishi kelib chiqadi. Demak, V ham keltirilmas tasvirlar to'g'ri yig'indisi shaklida ifodalanadi.

Izoh. V – biror tasvir va uning to'g'ri yig'indi orqali yoyilmasi

$V = W_1 \oplus \dots \oplus W_k$ bo'lsin. Bu yoyilmaning yagonaligi haqida savol tug'ilishi tabiiy. Ko'rish mumkinki, barcha ρ_s lar 1 ga teng bo'lganda, bu yoyilma yagona bo'lmaydi (bu holda barcha W_i qism fazolar bir o'lchamli bo'ladi va V fazoni bir o'lchamli qism fazolar yoyilmasi ko'rinishda turli usulda ifodalash mumkin bo'ladi). Lekin keyinchalik ko'ramizki, W keltirilmas tasvirga izomorf bo'lgan W_i tasvirlar soni yoyilma ko'rinishiga bog'liq bo'lmaydi.

Chekli gruppaning gruppalar algebrasi. Ta'rif va sodda xossalari. Endilikda G gruppalar haqida gap ketganda doimo chekli gruppani tushunamiz. G gruppalar m ta $g_1, \dots, g_m$ elementlardan iborat bo'lsin. Ushbu $a = \sum_{k=1}^m a(g_k)g_k$ (yoki shunchaki $a = \sum_g a(g)g$)

ko'rinishdagi barcha yig'indilar to'plamini $A(g)$ orqali belgilaymiz. Bunda $a(g_n)$ bu biror kompleks son. A_G dagi ixtiyoriy $a = \sum_g a(g)g$ va $b = \sum_g b(g)g$ elementlar orasida qo'shish, ko'paytirish va songa ko'paytirish amallarini quyidagi formulalar orqali aniqlaymiz:

$$\alpha a = \sum_g \alpha a(g)g, \quad (1.1)$$

$$a + b = \sum_g (a(g) + b(g))g, \quad (1.2)$$

$$ab = \sum_{g',g''} a(g')b(g'')g'g''. \quad (1.3)$$

Bunda $a = b$ tenglik faqatgina $a(g) = b(g)$ bo'lgandagina bajariladi. Xususan $a = 0$ tenglik faqatgina $a(g) = 0$ bo'lganda o'rinli. Ko'rish mumkinki bu shartlar bilan A_G to'plam algebraga aylanadi. Bu algebraga G gruppining gruppalar algebrasi deyiladi. $g_0 \in G$ element va $\sum_g a(g)g$ ($g \neq g_0$ da $a(g) = 0$ va $g = g_0$ da $a(g) = 1$) elementni bitta element deb qarashga keli-shib olamiz. Natijada G gruppining barcha elementlari A_G algebraning ham elementlari bo'ladi.

I. $g_1, g_2 \in G$ larning gruppalar elementlari sifatidagi ko'paytmasi ularning algebra elementlari sifatidagi ko'paytmasi bilan ustma-ust tushadi.

Bu tasdiq (1.3) formuladan kelib chiqadi.

II. Gruppalar algebrasi assotsiativdir. Bu tasdiq G gruppada ko'paytma assotsiativligidan bevosita kelib chiqadi.

III. Gruppalar algebrasida birlik element mavjud va bu element gruppining birlik elementi bilan ustma-ust tushadi. Ravshanki, gruppalar algebrasi chekli o'lchamli bo'lib, $\dim A_G = |G|$ bo'ladi. A_G gruppalar algebrasida quyidagicha involyutsiya aniqlaymiz:

$$(\sum_g a(g)g)^* = \sum_g \overline{a(g)}g^{-1}. \quad (1.4)$$

IV. Yuqoridagi (1.4) formula orqali involyutsiya aniqlanganda A_G algebra xosmas involyutsiyaga ega bo'lgan simmetrik matritsa bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ayupov Sh., Omirov B., Xudoyberdiyev A. Abstrakt algebra. O'quv qo'llanma 2022-yil.
2. Loday J.L.; Une version non commutative des algèbres de Lie: les algèbres de Leibniz. L'Enseignement Mathématique, –1993. –39. –P.269-293.
3. Mondal B., Saha R.; Cohomology, deformations and extensions of Rota-Baxter Leibniz algebras. Communications in Mathematics, –2022. –30(2). –P.93-117.
4. Remm E.; Weakly associative and symmetric Leibniz algebras. Journal of Lie Theory, –2022. –32(4). –P.1171-1186