

O'ZBEKISTON VILOYATLARI BO'YLAB SAYOHAT UCHUN MINIMAL HARAJATNI TOPISHDA KOMMIVOYAJYOR MASALASI

Mamatova Zilolaxon Xabibulloxonovna

*Farg'ona davlat universiteti dotsent,
pedagogika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)*

E-Mail: mamatova.zilolakhon@gmail.com

Ergasheva Mahliyoixon Nuriddin qizi

Farg'ona davlat universiteti 3 – kurs talabasi

E-Mail: mahliyoqubova27@gmail.com

Annotatsiya: *Yo'lni optimallashtirish, ya'ni umumiy masofani minimallashtirishdir. Maqsad shunday yo'l topishki, u barcha shaharlardan bir marta o'tib, boshlang'ich shaharga qaytsin va yo'l uzunligi minimal bo'lsin.*

Kalit so'zlar: *Masalaning matematik ifodasi, matematik modeli, yechish usullari, qo'llanilish sohalari, masalaning qiyinligi, tarmoqlar va chegaralar usuli*

Annotation: *Path optimization is the process of minimizing the total distance. The goal is to find a path that passes through all cities once and returns to the starting city, with a minimum length.*

Key words: *Mathematical expression of the problem, mathematical model, solution methods, areas of application, difficulty of the problem, method of networks and boundaries*

Аннотация: *Оптимизация маршрута заключается в минимизации общего расстояния. Цель — найти путь, который проходит через все города по одному разу и возвращается в начальный город, при этом длина пути должна быть минимальной.*

Ключевые слова: *Математическое выражение проблемы, математическая модель, методы решения, области применения, сложность проблемы, метод сетей и границ*

Kirish. Kommivoyajyor so'zi daydi sotuvchi ma'nosini bildiradi. Masalaning qo'yilishi juda ham soddadir. Kommivoyajyor masalasi kombinatorik optimallashtirish sohasidagi eng mashhur va eng ko'p o'rganiladigan masalalardan biri bo'lib masalaning qo'yilishi juda ham soddadir. Ya'ni kommivoyajyor n ta shaharning har biriga faqat bir martadan tashrif buyurib, barcha shaharlarni shunday aylanib chiqishi kerakki, natijada umumiy ketadigan xarajat (chiqim, vaqt sarfi) minimal bo'lsin. Agar shaharlarning

barchasini bir marta to'la aylanib chiqishni *marshrut* deb atasak, aniqki, bunday marshrutlar soni ko'pi bilan $(n-1)!$ ta bo'ladi. Demak, qo'yilgan masala yechimining mavjudligi ravshan. Faqat shu yechimni (optimal marshrutni) aniqlab beruvchi "effektiv" usulni (algoritmni) ko'rsatib berish kerak bo'ladi.

Ko'pgina sohalarga tegishli bo'lgan muommali masalalarni ham kommivoyajyor masalasi kabi ifodalash mumkin. Masalan, n ta turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi korxona, mahsulot ishlab chiqarish tartibini qanday rejalashtirsa, bir turdagi mahsulot ishlab chiqarishdan ikkinchi turdagi mahsulot ishlab chiqarishga o'tish uchun, qayta jihozlash xarajatlari yig'indisi minimum bo'ladi?

Masalaning matematik ifodasi

Aytaylik, n ta shahar mavjud bo'lib, har bir shahar orasidagi masofa yoki xarajat bilan ifodalanadi (bu -shahardan -shaharga bo'lgan masofa).

1. Matematik model quyidagicha yoziladi:
2. Har bir shahar faqat bir marta tashrif buyuriladi;
3. Har bir shahar tashrif buyurilgach, keyingisiga o'tiladi;
4. Umumiy yo'l uzunligi minimal bo'lishi kerak.

Masalaning qiyinligi (NP-murakkabligi)

Kommivoyajyor masalasi NP-murakkab toifasiga kiradi. Bu degani, masalani yechish uchun kerakli vaqt shaharlar soni ortishi bilan eksponentsial ravishda ortadi. Masalan, faqatgina 10 ta shahar uchun mumkin bo'lgan yo'llar soni 362 880 ta (ya'ni), 20 ta shahar uchun esa bu son 121 trilliondan oshadi.

Yechish usullari

Kommivoyajyor masalasini yechish uchun, chiziqli dasturlash usullaridan ham foydalanish mumkin. Ammo kommivoyajyor masalasi o'ziga xos ayrim maxsusliklarga ega bo'lganligi sababli, alohida yechish usullari yaratilgan bo'lib, ulardan *tarmoqlar va chegaralar* usuli, o'zining afzal tomonlari bilan ajralib turadi. Bu usul boshqa soha masalalarini, xususan, butun sonli chiziqli dasturlash masalalarini yechishda ham samarali usullardan biri hisoblanadi. Bundan tashqari quyidagi usullar ham mavjud.

1. To'liq ko'rib chiqish – barcha mumkin bo'lgan yo'llarni tekshiradi, ammo bu katta hajmdagi masalalar uchun amaliy emas.

2. Dinamik dasturlash – Bellman-Held-Karp algoritmi yordamida yechim topiladi, lekin bu ham faqat kichik lar uchun samarali.

3. Hevristik va meta-evristik usullar – katta o'lchamli kommivoyajyor masalalar uchun quyidagilar qo'llaniladi:

Genetik algoritmlar

Simulyatsiya qilingan so'nish (Simulated Annealing)

Qidiruv algoritmlari (Ant Colony Optimization, Tabu Search)

Tarmoqlar va chegaralar usuli.

Biz tarmoqlar va chegaralar usulini kommivoyajyor masalasini yechish uchun, qo'llanishini ko'ramiz. Faraz qilaylik, c_{ij} – sonlari i – shahardan j – shaharga o'tish uchun, ketadigan xarajatni bildirsin. Agar i – shahardan j – shaharga o'tishning iloji bo'lmasa, c_{ij} ni yetarlicha katta son deb olamiz (buni ∞ deb belgilaymiz), i – shahardan yana i – shaharga o'tildi, deyish ma'nosiz bo'lganligi sababli $c_{ii} = \infty$ deb olinadi. Shundan so'ng $n \times n$ o'lchamli (c_{ij}) jadval (matritsa) hosil bo'ladi, u *xarajat jadvali* deb ataladi. Yana bir bor ta'kidlab o'tamizki, jadvalning i – satri bilan j – ustuni kesishgan joydagi c_{ij} element i – shahardan j – shaharga o'tish uchun, ketgan xarajatni bildiradi.

Endi jadvalni *keltirish* tushunchasini kiritamiz. Buning uchun, avval jadval satrlari keltiriladi, ya'ni jadvalning har bir satr elementlaridan shu satrning kichigi mos ravishda ayirib tashlanadi. Shundan so'ng jadval ustunlariga nisbatan ham xuddi shu amal bajarilib, jadval ustunlari keltiriladi. Barcha satrlari va ustunlari keltirilgan *jadval keltirilgan* deb ataladi. Demak, ravshanki, keltirilgan jadvalning har bir satri va ustunida kamida bitta nol element ishtirok etgan bo'ladi. Jadval satr va ustunlari eng kichik elementlarining yig'indisi h bilan belgilanib, u *jadvalning keltirish koeffitsiyenti* deyiladi.

Tarmoqlar va chegaralar usuliga doir namunaviy misol: misolni islash uchun, avval jadval satrlari keltiriladi, ya'ni jadvalning har bir satr elementlaridan shu satrning kichigi mos ravishda ayirib tashlanadi. Shundan so'ng jadval ustunlariga nisbatan ham xuddi shu amal bajarilib, jadval ustunlari keltiriladi. Misol sifatida quyidagi viloyatlarga sayohatni ko'raylik.

Berilgan jadval:

B/S	Farg'ona	Andijon	Namangan	Toshkent	Samarqand	Guliston
Farg'ona	∞	30	25	120	200	300
Andijon	35	∞	42	100	150	230
Namangan	290	151	∞	146	252	145
Toshkent	130	90	52	∞	250	226
Samarqand	160	100	140	150	∞	257
Guliston	255	310	238	147	236	∞

1-jadval

Berilgan jadvaldan biz satr bo'yicha eng kichik elementlarni ajratib olamiz

B/S	F	A	N	T	S	G	(S.b.e. k.e)
F	∞	30	25	120	200	300	25

A	35	∞	42	100	150	230	35
N	290	151	∞	146	252	145	145
T	130	90	52	∞	250	226	52
S	160	100	140	150	∞	257	100
G	255	310	238	147	236	∞	147

2-jadval

Ajratib olgan elementlarimizni o'sha satr elementlarini har biridan ayiramiz

B/S	F	A	N	T	S	G
F	∞	5	0	95	175	275
A	0	∞	7	65	115	195
N	145	6	∞	1	107	0
T	78	38	0	∞	198	174
S	60	0	40	50	∞	157
G	108	163	91	0	89	∞

3-jadval

Hosil bo'lgan jadvaldan ustun bo'yicha eng kichik elementni ajratib olamiz

B/S	F	A	N	T	S	G
F	∞	5	0	95	175	275
A	0	∞	7	65	115	195
N	145	6	∞	1	107	0
T	78	38	0	∞	198	174
S	60	0	40	50	∞	157
G	108	163	91	0	89	∞
(u.b.e. k.e)	0	0	0	0	89	0

4-jadval

Ajratib olgan elementlarimizni ustun elementlarini har biridan ayirib chiqamiz.

B/S	F	A	N	T	S	G
F	∞	5	0	95	86	275
A	0	∞	7	65	26	195
N	145	6	∞	1	18	0
T	78	38	0	∞	109	174
S	60	0	40	50	∞	157
G	108	163	91	0	0	∞

5-jadval

Hosil bo'lgan jadvaldan 0 elementni ustiga o'sha satr va ustun elementlarining eng kichik elementlarini qo'shib yozib chiqamiz

B/S	F	A	N	T	S	G
F	∞	5	0 ⁽⁵⁾	95	86	275
A	0 ⁽⁶⁷⁾	∞	7	65	26	195
N	145	6	∞	1	18	0 ⁽¹⁵⁸⁾
T	78	38	0 ⁽³⁸⁾	∞	109	174
S	60	0 ⁽⁴⁵⁾	40	50	∞	157
G	108	163	91	0 ⁽¹⁾	0 ⁽¹⁸⁾	∞

6-jadval

Hosil bo'lgan jadvaldan 0 ning darajasida katta son turgan satr va ustun o'chiriladi.

B/S	F	A	N	T	S	G
F	∞	5	0 ⁽⁵⁾	95	86	275
A	0 ⁽⁶⁷⁾	∞	7	65	26	195
N	145	6	∞	1	18	0 ⁽¹⁵⁸⁾
T	78	38	0 ⁽³⁸⁾	∞	109	174
S	60	0 ⁽⁴⁵⁾	40	50	∞	157
G	108	163	91	0 ⁽¹⁾	0 ⁽¹⁸⁾	∞

7-jadval

$$C_{ij}=C_{NG}=0^{(158)}$$

$$C_{GN}=\infty$$

$$h = 25 + 35 + 145 + 52 + 100 + 236 = 593$$

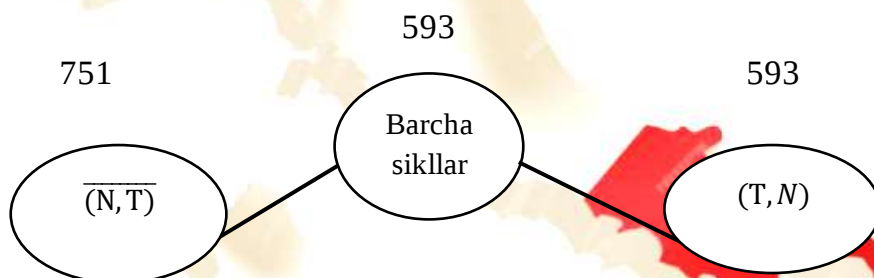
$$h' = 593 + 158 = 751$$

Satr va ustunlari o'chirilgandan so'ng quyidagi jadval hosil bo'ladi.

B/S	F	A	N	T	S
F	∞	5	0	95	86
A	0	∞	7	65	26
T	78	38	0	∞	109
S	60	0	40	50	∞
G	108	163	91	0	0

8-jadval

Quyidagi jadval keltirilgan bo'lib, uning har bir satr va ustunida kamida bittadan nol element bor. Ko'rilayotgan jadvalning keltirish koeffitsienti h quyidagi songa teng.



1 -rasm

Tushunarli qilib aytganimizda tarmoqlar va chegaralar usuli ikkita muhim bosqich dan ya'ni bular "tarmoqlash" va "quyi chegaralarni aniqlash" dan iboratdir.

Masalani yechish davomida ikkala bosqich parallel ravishda olib boriladi. Bu bosqichlarni amalga oshirish uchun, quyidagi ishlarni ketma-ket bajarish kerak.

- boshlang'ich jadvalni keltirish;
- keltirish koeffitsienti h ni aniqlash;
- keltirilgan jadvalning nol elementlari darajasini aniqlash;
- bu darajalar asosida tarmoqlashni amalga oshirish;
- tarmoqlanish natijalarini tashkil etuvchi sikllarning quyi chegaralarini aniqlash;
- jadval o'lchamini bittaga kamaytirish;
- to'la bo'lmagan sikllar hosil bo'lib qolishdan saqlanish;
- bu jarayonni (2×2) jadval hosil bo'lgunga qadar davom ettirish;
- oxirgi tarmoq natijasiga mos siklni aniqlash;
- barcha chegara (ba holarni) solishtirish;

K) zarurat bo'lsa, eng kam chegaraviy natijaga mos jadval tiklanib tarmoqlashni davom ettirish.

Bu usulni qo'llash davomida, barcha hisob-kitoblar berilgan jadval yordamida olib borilib, uning natijalari alohida tuzilgan grafda ko'rsatib boriladi. Bu jarayon oxirida mukammal(eng kam xarajatli) sikl aniqlanadi.

Graf - bu o'zaro birlashtirilgan doirachalardan iborat bo'lib, ular ning har biri ma'lum bir xossaliklarga to'plamini aniqlaydi. Bu doirachalar yoniga yozilgan chegara-sonlar esa, shu doiraga tegishli bo'lgan sikllarga mos xarajatlarning quyi chegarasini bildiradi. Bunda birinchi boshlang'ich doiracha barcha sikllarni o'z ichiga olgan to'plamni aniqlab, ixtiyoriy sikl bo'yicha ketadigan xarajat h sonidan kichik bo'lmashligini bildiradi.

Darajasi eng katta bo'lgan nol joylashgan satr i va ustun j lar topilib, (i, j) bo'yicha tarmoqlanadi. Mabodo, katta darajali nollar bir nechta bo'lsa, ularning ixtiyoriy bittasi tanlab olinadi. Bunda, o'ng tarafdagi doiracha i shahardan j shaharga o'tishni o'z ichiga olgan barcha sikllarning to'plamini bildiradi va u (i, j) bilan belgilanadi, chap tarafdagi doiracha esa, aksincha, i shahardan j shaharga o'tishni o'z ichiga olmagan marshrutlarning to'plamini bildiradi va u (i, j) bilan belgilanadi.

Darajasi eng katta 6 bo'lgan nol element $c_{GN} = 0^{(158)}$ dir, demak, tarmoqlanish grafi 1-rasm ko'rinishida bo'ladi. Chapdoiracha yoniga eng kam xarajat keltirish koeffitsienti $h = 593$ ga nolning eng katta darajasi 158 qo'shib hosil bo'lgan 751 soni yoziladi. (h_1) O'ng tarafdagi doirachaga mos keluvchi xarajatlarning quyi chegarasini aniqlash uchun 8-jadvalning 3-satri va 6-ustuni tashlab (o'chirib) yuboriladi (demak, jadvalning o'lchami bittaga kamayadi). Bunda, shuni alohida ta'kidlash lozimki, shaharlarning tartib raqamlari albatta saqlanib (yozilib) qolishi shart, aks holda chalkashliklar kelib chiqadi. Shundan so'ng, barcha to'la bo'lmagan sikllar hosil bo'lishi taqiqlanadi, masalani $i \rightarrow j \rightarrow i (i \rightarrow j$ belgli-shahardan j -shaharga o'tishni bildiradi) yo'qotiladi, buning uchun c_{ji} element ∞ belgisiga almashtirilib yozib qo'yiladi, $c_{NG} = \infty$).

Yana jadvallarni tuzib ishimizni davom ettiramiz.

B/S	F	A	N	T	S	(S.b.e. k.e)
F	∞	5	0	95	86	0
A	0	∞	7	65	26	0
T	78	38	0	∞	109	0
S	60	0	40	50	∞	0
G	108	163	∞	0	0	0

9-jadval

B/S	F	A	N	T	S
F	∞	5	0	95	86
A	0	∞	7	65	26
T	78	38	0	∞	109
S	60	0	40	50	∞
G	108	163	∞	0	0
(U.b.e.k .e)	0	0	0	0	0

10-jadval

B/S	F	A	N	T	S
F	∞	5	0 ⁽⁵⁾	95	86
A	0 ⁽⁶⁷⁾	∞	7	65	26
T	78	38	0 ⁽³⁸⁾	∞	109
S	60	0 ⁽⁴⁵⁾	40	50	∞
G	108	163	∞	0 ⁽⁵⁰⁾	0 ⁽²⁶⁾

$$C_{ij} = C_{AF} = 0^{(67)}$$

$$C_{FA} = \infty$$

$$h_1 = 593 + 0 = 593$$

$$h_1' = 593 + 67 = 660$$

B/S	A	N	T	S
F	∞	0	95	86
T	38	0	∞	109
S	0	40	50	∞
G	163	∞	0	0

B/S	A	N	T	S	(S.b.e. k.e)
-----	---	---	---	---	-----------------



European science international conference:
ANALYSIS OF MODERN SCIENCE AND INNOVATION

F	∞	0	95	86	0
T	38	0	∞	109	0
S	0	40	50	∞	0
G	163	∞	0	0	0

B/S	A	N	T	S
F	∞	0	95	86
T	38	0	∞	109
S	0	40	50	∞
G	163	∞	0	0
h ₂ e.k	0	0	0	0

B/S	A	N	T	S
F	∞	0 ⁽⁸⁶⁾	95	86
T	38	0 ⁽³⁸⁾	∞	109
S	0 ⁽⁷⁸⁾	40	50	∞
G	163	∞	0 ⁽⁵⁰⁾	0 ⁽⁸⁶⁾

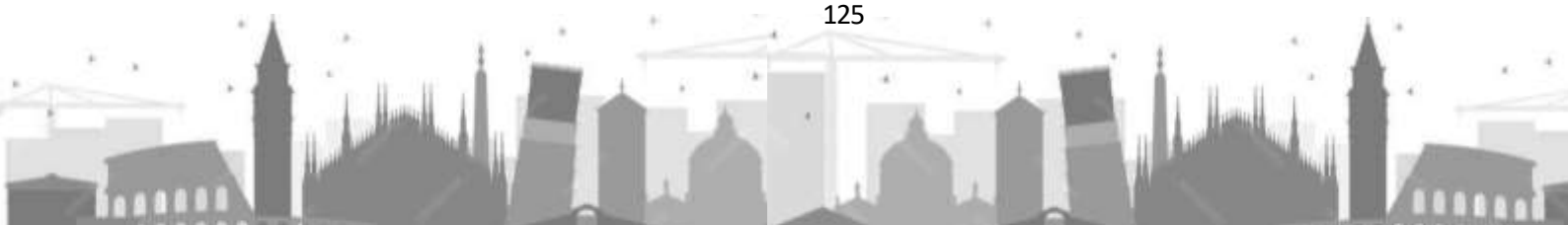
$$C_{ij} = C_{GS} = 0^{(86)}$$

$$C_{SG} = \infty$$

$$h_2 = 593 + 0 = 593$$

$$h_2' = 593 + 86 = 673$$

B/S	A	N	T
F	∞	0 ⁽⁸⁶⁾	95
T	38	0 ⁽³⁸⁾	∞
S	0 ⁽⁷⁸⁾	∞	50





European science international conference:
ANALYSIS OF MODERN SCIENCE AND INNOVATION

B/S	A	N	T	(S.b.e. k.e)
F	∞	0	95	0
T	38	0	∞	0
S	0	∞	50	0

B/S	A	N	T
F	∞	0 ⁽⁸⁶⁾	95
T	38	0 ⁽³⁸⁾	∞
S	0 ⁽⁷⁸⁾	∞	50
(U.b.e.k e)	0	0	50

B/S	A	N	T
F	∞	0	45
T	38	0	∞
S	0	∞	0

B/S	A	N	T
F	∞	0 ⁽⁴⁵⁾	45
T	38	0 ⁽³⁸⁾	∞
S	0 ⁽³⁸⁾	∞	0 ⁽⁴⁵⁾

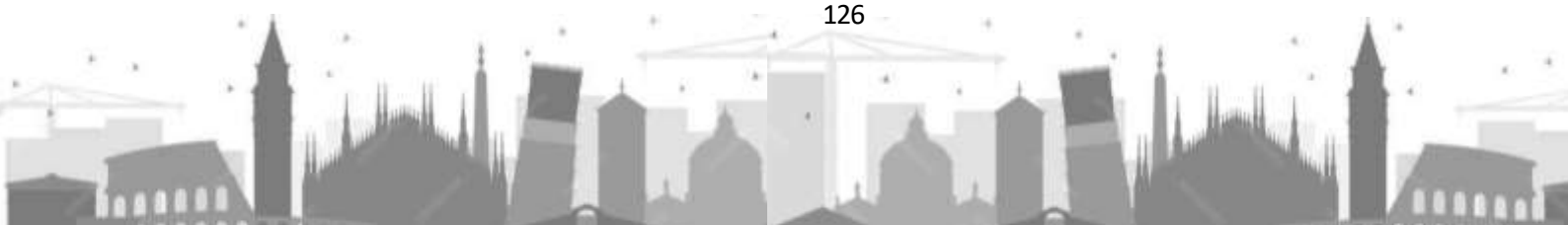
$$C_{ij} = C_{FN} = 0^{(86)}$$

$$C_{NF} = \infty$$

$$h_3 = 593 + 50 = 643$$

$$h_3' = 643 + 45 = 698$$

B/S	A	T
T	38	∞
S	∞	0

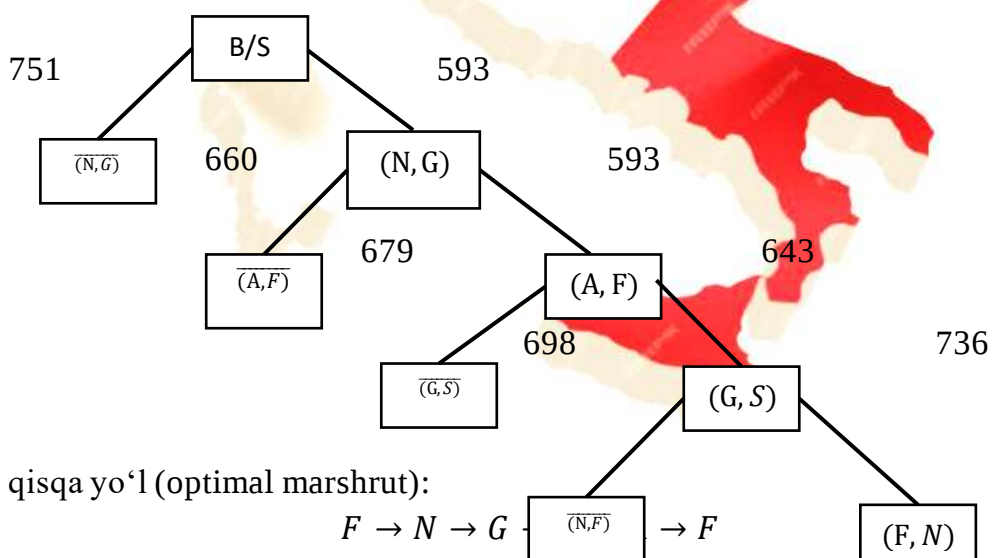


B/S	A	T	(S.b.e. k.e)
T	38	∞	38
S	∞	0	0

B/S	A	T
T	0	∞
S	∞	0
(U.b.e.k. e)	0	0

B/S	A	T
T	0	∞
S	∞	0

$$h_4 = 698 + 38 = 736$$



Eng qisqa yo‘l (optimal marshrut):

$$F \rightarrow N \rightarrow G \rightarrow (N,F) \rightarrow F$$

Minimal harajat: 736 ming so‘m.

Amaliy sohalarda qo‘llanilishi

Kommivoyajyor masalasi nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy sohalarda ham keng qo‘llaniladi:

Logistika va transport marshrutlarini optimallashtirish

Bosma plata (PCB) dizayni

Robotlar harakat yo'nalishini aniqlash

Tarqatish tarmoqlarini rejalashtirish

Xulosa. Kommivoyajyor masalasi matematik model bo'lib, turli amaliy masalalarni yechishda qo'l keladi. Garchi u NP-murakkab bo'lsa-da, zamonaviy hevristik va meta-evristik yondashuvlar yordamida amaliy yechimlar topish mumkin. U o'zining soddaligi va umumiyligi bilan matematik optimallashtirishda muhim o'rin egallaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. To'xtasinov M. Jarayonlar tadqiqoti
2. Papadimitriou, C. H., & Steiglitz, K. (1998). Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. Dover Publications.
3. Applegate, D., Bixby, R., Chvátal, V., & Cook, W. (2006). The Traveling Salesman Problem: A Computational Study. Princeton University Press.
4. Lawler, E. L., Lenstra, J. K., Rinnooy Kan, A. H. G., & Shmoys, D. B. (1985). The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization. Wiley.
5. Gutin, G., & Punnen, A. P. (2002). The Traveling Salesman Problem and Its Variations. Springer.
6. Reinelt, G. (1994). The Traveling Salesman: Computational Solutions for TSP Applications. Springer.